L'espace-temps et sa courbure : réalités physiques ou concepts mathématiques ? Une vue alternative de la gravitation et quelques conséquences

Mayeul Arminjon
Laboratoire 3SR (Université Grenoble-Alpes & CNRS).

Séminaire du Laboratoire Sols-Solides-Structures-Risques
Campus Saint-Martin-d'Hères, 17 novembre 2016

1 Relativité & espace-temps

- L'espace-temps en relativité restreinte
- L'espace-temps en relativité générale

2 Gravitation & force de pression

- La gravité de Newton vue par Euler
- Un mécanisme néo-eulérien pour la gravité

3 Théorie scalaire avec un éther

- Référentiels fluides & variétés espace
- Effets métriques de la gravitation
- 2ème loi de Newton dans un espace-temps courbe
- Equation d'ondes pour le champ scalaire

4 Statut expérimental

- Principaux tests
- Prédictions originales

La relativité de la simultanéité

Relativité restreinte : on passe d'un référentiel inertiel R à un autre R′ par *transformation de Lorentz*, qui mélange l'espace et le temps :

$$t' = \gamma_V (t - \frac{Vx}{c^2}), \quad x' = \gamma_V (x - Vt), \quad y' = y, \quad z' = z. \qquad (1)$$

(V : vitesse de R′/R, $\gamma_V \equiv (1 - (V^2/c^2))^{\frac{-1}{2}}$: facteur de Lorentz).
(1) définit un changement de coordonnées dans *l'espace-temps.*

⇒ La simultanéité est relative : si deux évènements X_1 et X_2 sont simultanés dans R $(t_1 = t_2)$, ils ne le sont plus dans R′ $(t'_1 \neq t'_2)$.

Pourtant, n'avons-nous pas l'intuition que le *présent* est indépendant de l'observateur ? La théorie de la relativité rejette cette intuition comme non-opérationnelle. Mais...

La logique du mouvement absolu

Ether de Lorentz : Référentiel d'inertie t.q. éqs. de Maxwell valides et t.q. tout objet mobile avec vitesse $\mathbf{V}$ subit la "contraction de Lorentz" dans la direction $\mathbf{V}$.

Dans ce modèle : "contraction de Lorentz ds. le rapport γ_V" $\Longleftrightarrow$ "résultat nul de Michelson-Morley"

mais la contract$^{\text{n}}$ intervient naturellement : suggérée par le champ électrique d'une charge en mouvement, qui en effet est "Lorentz-contracté".

On obtient la transfo. de Lorentz et toute la relativité restreinte, sans changer le concept d'espace et de temps (Prokhovnik 1967).

L'espace-temps de la relativité restreinte (espace-temps de Poincaré-Minkowski) est alors un *concept mathématique* très utile.

L'ESPACE-TEMPS EN RELATIVITÉ GÉNÉRALE (RG)

En RG, l'espace-temps est une "variété lorentzienne" générale, i.e. un couple (V, γ), où

- V est une "variété différentielle de dimension 4".
- γ est une "métrique de signature $(+ - --)$" sur V.

Kezako ??

L'ESPACE-TEMPS EN RG (SUITE)

Variété différentielle V *de dimension* 4 *:*

Une généralisation d'une surface, paramétrable avec 4 coordonnées au lieu de 2.

Autour de chaque point X_0 de V, cela ressemble à $\mathbb{R}^4$: il existe des *systèmes de coordonnées* ou *cartes*, défini(e)s dans un voisinage U de X_0:

$$\chi : X \mapsto \mathbf{X} = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^\mu) \in \mathbb{R}^4. \tag{2}$$

Une telle carte χ est par hypothèse une *bijection* de U sur $\chi(\mathrm{U}) \subset \mathbb{R}^4$.

Si χ' est une autre carte de U, la composée $\mathbf{F} \equiv \chi' \circ \chi^{-1}$ est par hypothèse une application *différentiable* de $\chi(\mathrm{U})$ sur $\chi'(\mathrm{U})$. Idem pour $\mathbf{F}^{-1} : \chi'(\mathrm{U}) \to \chi(\mathrm{U})$.

L'ESPACE-TEMPS EN RG (FIN!)

Métrique de signature $(+---)$ sur V :

- En chaque point X de V on a un produit scalaire γ_X: $(U, U') \mapsto \gamma_X(U, U')$ pour des vecteurs qucques U et U' de l'espace tangent à V en X. (Cf. plan tangent à une surface.)

- Par un choix de coordonnées, la forme quadratique associée peut se mettre *au point* X *donné* sous la forme

$$\gamma_X(U, U) = (U^0)^2 - (U^1)^2 - (U^2)^2 - (U^3)^2. \qquad (3)$$

La "métrique" est l'application différentiable $\gamma : X \mapsto \gamma_X$.

L'espace-temps de la relat. restreinte, à nouveau

La relativité restreinte (espace-temps de Poincaré-Minkowski) correspond au cas où $\mathsf{V} \simeq \mathbb{R}^4$ et où la forme (3) est valable $\forall X$ dans des coordonnées globales (Cartésiennes).

$\Rightarrow$ La métrique lorentzienne est une métrique plate γ^0.

Dans la théorie présentée, j'admets que le cas le plus général avec gravitation est encore descriptible avec l'espace-temps de Poincaré-Minkowski $(\mathsf{V} \simeq \mathbb{R}^4, \gamma^0)$, mais la métrique "physique" γ est courbe.

Le mouvement en relativité générale

En RG, une particule “libre” (= soumise seulement à la gravitation) suit une *courbe géodésique* de la métrique γ sur la variété V. I.e., la courbe $s \mapsto X = C_0(s)$ suivie entre deux évènements $X_1, X_2 \in \mathrm{V}$ est une extrémale de la “longueur”:

$$\delta I(C_0) = 0, \quad I(C) \equiv \int_{X_1}^{X_2} \left(\gamma_{C(s)} \left(\frac{\mathrm{d}\, C}{\mathrm{d}\, s}, \frac{\mathrm{d}\, C}{\mathrm{d}\, s} \right) \right)^{1/2} \mathrm{d}\, s. \qquad (4)$$

Ainsi, les trajectoires des particules libres sont déterminées par la “géométrie de l'espace-temps”. En relativité restreinte, il n'y a pas de “courbure de l'espace-temps”, et les géodésiques sont des droites parcourues à vitesse constante. En RG, l'espace-temps a en général une courbure et les géodésiques sont courbes également.

L'espace-temps prend ainsi un aspect physique assez net. Mais...

La gravité de Newton vue par Euler

L'attraction instantanée à distance de Newton ($\mathbf{F} = -\frac{GmM}{r^2}\mathbf{n}$) : efficace mais incompréhensible. (Newton lui-même le pensait !)

Hypothèse 1 : les "moindres parties de la matière" ou "molécules" ont toutes la même densité (les différences de densité observées seraient dues au fait que les corps sont surtout composés de "pores").

Hypothèse 2 : ces "molécules" baignent dans un "fluide subtil" ou "éther" dont la pression *diminue* vers le centre du corps massif voisin, $\quad p_e(\mathbf{x}) = p_e^\infty - \frac{A}{r}, \quad r \equiv |\mathbf{x}|, \quad A > 0.$

La résultante des forces dues à p_e sur un petit volume est $\propto -\frac{m}{r^2}\mathbf{n}$: *l'attraction newtonienne est déduite d'une action locale.*

Le mécanisme d'Euler en langage actuel

Résultante de la pression p_e sur un objet occupant un petit volume δV limité par une surface Σ (poussée d'Archimède) :

$$\mathbf{F}_\mathrm{A} = -\int_\Sigma p_e \, \mathbf{n} \, \mathrm{d}\, S = -\int_{\delta V} \mathbf{grad}\, p_e \, \mathrm{d}\, V \approx -\delta V \, \mathbf{grad}\, p_e . \quad (5)$$

(Exact asymptotiquement si l'on considère le gradient de pression *macroscopique*, i.e. moyenné dans des volumes grands devant celui d'une particule. Cohérent avec le fait que $\mathbf{g}$ varie lentement ds. l'espace.)

Si les particules élémentaires ont toutes la même densité $\rho_p = \delta m / \delta V$, alors $\mathbf{F}_\mathrm{A} = -\delta m \, \frac{\mathbf{grad}\, p_e}{\rho_p}$.

$\Rightarrow$ accélération de la gravité :

$$\mathbf{g} = -\frac{\mathbf{grad}\, p_e}{\rho_p} . \quad (6)$$

UN MÉCANISME NÉO-EULÉRIEN POUR LA GRAVITÉ

Lucien Romani (1975) : Les particules élémentaires seraient elles-même des tourbillons dans l'éther. Intéressant pour comprendre les créations/ annihilations et les "résonances" instables, tout cela observé en physique des particules.

Dans ce cas, on a dans l'éqn. précédente (6) : $\rho_p = \rho_e$, la "densité de l'éther". Alors

$$\mathbf{g} = -\frac{\mathrm{grad}\, p_e}{\rho_e}, \text{ avec } \rho_e = \rho_e(p_e) \quad \text{(fluide barotrope).} \qquad (7)$$

(Rev. Roum. Méc. Appl. 1993a, Found. Phys. 2004).

Idée d'une théorie de la gravitation

Equation (7): $\mathbf{g} = -\frac{\mathrm{grad}\, p_e}{\rho_e}$ prise comme point de départ.

Remplace $\mathbf{g} = \mathrm{grad}\, U$ de la gravité newtonienne.

Celle-ci se propage instantanément $\Rightarrow$ correspond au cas limite d'un fluide incompressible : $\rho_e = \mathrm{Constante}$.

Or, gravité newtonienne $\Leftrightarrow$ $\mathrm{div}\, \mathbf{g} = -4\pi G \rho$.
$\Rightarrow$ Dans le cas incompressible, on doit avoir :

$$\Delta p_e = 4\pi G \rho \rho_e. \tag{8}$$

Dans le cas compressible, les modifications de p_e (ou de $\rho_e = \rho_e(p_e)$) devraient se propager à la vitesse du "son",

$$c_e = (\mathrm{d}\, p_e / \mathrm{d}\, \rho_e)^{1/2}. \tag{9}$$

(Rev. Roum. Méc. Appl. 1993a, Found. Phys. 2004)

RÉFÉRENTIELS FLUIDES & VARIÉTÉS ESPACE

Référentiel fluide : un réseau 3D $\mathcal{F}$ de *points de référence*, chacun défini par sa ligne d'univers (une courbe dans l'espace-temps V).

$\mathcal{F}$ définissable par un champ de vecteurs tangent $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}_{\mathcal{F}}$ sur V : les lignes d'univers de référence sont les courbes intégrales de $\boldsymbol{U}_{\mathcal{F}}$.

Espace physique associé à un réf. fluide $\mathcal{F}$: l'ensemble $\mathrm{N}_{\boldsymbol{U}}$ des lignes d'univers de référence (Arch. Mech. 1996b).

On définit des champs de vecteurs "normaux" sur V. Pour un tel champ $\boldsymbol{U}$, $\mathrm{N}_{\boldsymbol{U}}$ est muni d'une structure *canonique* de *variété différentielle* 3D (IJGMMP 2016).

On peut définir des tenseurs sur $\mathrm{N}_{\boldsymbol{U}}$. Ex.: la *métrique spatiale* $\boldsymbol{g}_t$ déduite classiquement de γ dans une carte donnée. $\boldsymbol{g}_t$ = champ de tenseurs $(0\ 2)$ sur le $\mathrm{N}_{\boldsymbol{U}}$ correspdt., indexé par le temps $t = x^0/c$.

EFFETS MÉTRIQUES DE LA GRAVITATION

En relativité restreinte, l'espace-temps est *homogène* ($\simeq \mathbb{R}^4$).
Si la gravité est due au *gradient* de densité dans un fluide *universel*, on s'attend à un espace-temps *hétérogène* (comme en RG).

Contraction des mètres et ralentissement des montres dans réf. mobile/ éther en relat. restreinte : liés à une densité ρ_e + faible.

On est conduit à postuler :

(i) que l'éther (référentiel fluide $\mathcal{E}$, variété espace associée M) est un référentiel inertiel pour la métrique plate γ^0.

La métrique spatiale associée dans $\mathcal{E}$ à γ^0 est donc une métrique euclidienne invariable $\boldsymbol{g}^0$ sur M.

Effets métriques de la gravitation (suite)

Et l'on postule (ii) que sous l'effet de la gravitation, ont lieu :

◇ une contraction affectant la métrique spatiale "physique" $\boldsymbol{g}$ sur M, par rapport à la métrique euclidienne $\boldsymbol{g}^0$;

◇ un ralentissement du temps local / temps inertiel T de $\mathcal{E}$;

— les deux dans le même rapport $\beta \equiv \rho_e(\mathbf{x}, T)/\rho_e^\infty(T)$.

(ii) signifie qu'on postule une métrique lorentzienne courbe γ sur V, reliée à la métrique plate γ^0 par ces effets.

La contraction gravitationnelle peut avoir lieu :

- soit, comme en relat. restr., ds. 1 seule direction, donc **g** (**v1**) (Rev. Roum. Méc. Appl. 1993b)
- soit uniformém† ds. ttes. les directions (isotropie locale) (**v2**) (Found. Phys. 2004)

2ème loi de Newton dans un espace-temps courbe

$$\mathbf{F} + (E/c^2)\mathbf{g} = D\mathbf{P}/Dt_\mathbf{x}. \tag{10}$$

$\mathbf{F}$: force non-gravitationnelle; $\mathbf{g}$: accélération de la gravité; E: énergie de la particule test : $E = m(v)c^2$ pour un point matériel, où

$$m(v) \equiv m_0 \gamma_v, \qquad \gamma_v \equiv 1/\sqrt{1-(v^2/c^2)}. \tag{11}$$

$\mathbf{v}$: 3-vitesse (relative à un "référentiel fluide" $\mathcal{F}$): mesurée avec le temps local $t_\mathbf{x}$, et le module v défini avec la métrique spatiale $\boldsymbol{g}_t$:

$$v^i \equiv \frac{\mathrm{d}\,x^i}{\mathrm{d}\,t_\mathbf{x}} \equiv \frac{1}{\beta}\frac{\mathrm{d}\,x^i}{\mathrm{d}\,t}, \ \beta \equiv \sqrt{\gamma_{00}}, \quad v \equiv [\boldsymbol{g}_t(\mathbf{v},\mathbf{v})]^{1/2}. \tag{12}$$

$\mathbf{P} \equiv (E/c^2)\mathbf{v}$: impulsion. $D/Dt_\mathbf{x}$: dérivée temporelle pertinente dans le cas de la métrique spatiale $\boldsymbol{g}_t$ dépendant du temps ; vérifie la règle de Leibniz (Arch. Mech. 1996a, 1996b).

L'ACCÉLÉRATION DE LA GRAVITÉ

2ème loi de Newton (10) : compatible avec le mouvem† géodésique de RG, avec une forme précise (dépend† de la vitesse $\mathbf{v}$) de $\mathbf{g}$ (Arch. Mech. 1996b).

Le mécanisme pour la gravité et le ralentissement gravitationnel du temps conduisent à la forme plus simple (Arch. Mech. 1996a)

$$\mathbf{g} = -c^2 \frac{\mathrm{grad}_{\mathbf{g}}\beta}{\beta}, \quad (\mathrm{grad}_{\mathbf{g}}\beta)^i \equiv g^{ij}\beta_{,j}, \quad \beta \equiv \sqrt{\gamma_{00}} \tag{13}$$

(13) est aussi obtenu si on demande que (i) la métrique $\boldsymbol{\gamma}$ soit un potentiel spatial pour un vecteur spatial $\mathbf{g}$, et (ii) la 2ème loi de Newton (10) implique le mouvem† géodésique pour les particules "libres" ds. une métrique *statique* (Arch. Mech. 1996b).

2ÈME LOI DE NEWTON POUR UNE "POUSSIÈRE"

Poussière : milieu de particules non-interagissantes. Chacune conserve sa masse-au-repos. $\mathbf{U} \simeq (U^\mu)$, $U^\mu \equiv \mathrm{d}\, x^\mu / \mathrm{d}\, s$: 4-vitesse. ρ^* : densité propre de masse-au-repos.
Tenseur énergie-impulsion-contraintes :

$$T^{\mu\nu} = \rho^* c^2 U^\mu U^\nu. \tag{14}$$

Conservation de la masse : $(\rho^* U^\nu)_{;\nu} = 0$. Avec (14) :

$$T^{\mu\nu}_{;\nu} = \rho^* c^2\, U^\mu_{;\nu}\, U^\nu = \rho^* c^2\, A^\mu, \tag{15}$$

où $A^\mu =$ 4-accélération. En insérant son expression tirée de la 2ème loi de Newton (10) avec (13), on obtient (Open Physics 2016; $\mathbf{f} \equiv \delta \mathbf{F}/\delta V$) :

$$T^{0\nu}_{;\nu} = b^0(\mathbf{T}) + \frac{\mathbf{f}.\mathbf{v}}{c\beta}, \qquad T^{i\nu}_{;\nu} = b^i(\mathbf{T}) + f^i, \tag{16}$$

où

$$b^0(\mathbf{T}) \equiv \frac{1}{2\beta^2}\, g_{ij,0}\, T^{ij}, \quad b^i(\mathbf{T}) \equiv \frac{1}{2}\, g^{ij} g_{jk,0}\, T^{0k}. \tag{17}$$

DYNAMIQUE D'UN MILIEU CONTINU GÉNÉRAL

Hypothèse : La même équation dynamique pour le tenseur $\mathbf{T}$ s'applique quel que soit le milieu continu ou système de champs. C'est une façon d'exprimer l'équivalence masse-énergie et l'universalité de la gravitation.

I.e.: je suppose que l'équation dynamique obtenue pour une "poussière" en présence d'un champ de (densité de) force extérieure $\mathbf{f}$, éqs. (16)–(17), est valable pour un milieu continu général.

Ceci permet d'obtenir les *équations de Maxwell dans un champ de gravitation*, pour la théorie proposée. Ces équations sont compatibles avec l'optique géométrique de la théorie, i.e. avec la dynamique des photons dans le champ de gravitation.
(Open Physics 2016)

EQUATION D'ONDES POUR LE CHAMP SCALAIRE

A la lim. newtonienne qui correspond à l'éther incompressible, on doit obtenir (8). En vrai (éther compressible), on doit avoir un opérateur d'ondes t.q. p_e se propage à la vitesse (9), avec $c_e = c$:

$$\Delta_{\mathbf{g}}\, p_e + (\text{dérivées temporelles}) = 4\pi G \sigma \rho_e F(\beta), \tag{18}$$

$$\sigma \ : \ \text{densité d'énergie} \ ; \quad F(\beta) \to 1 \text{ qd. } \beta \equiv (\rho_e/\rho_e^{\infty}) \to 1, \tag{19}$$

les dérivées temporelles étant t.q. à la lim. "chps. faibles mais propageants" on tombe sur l'opérateur de d'Alembert.

Equation d'ondes pour le champ scalaire (suite)

$c_e = c \Rightarrow p_e = c^2 \rho_e$, et on trouve $\Delta_{\mathbf{g}}\, \rho_e = \rho_e^\infty\, \beta^3\, \Delta_{\mathbf{g}^0}\, (\mathrm{Log}\beta)$ (v2).

Ceci permet d'imposer que l'équation d'ondes s'écrive avec la métrique plate, pour le champ $\psi \equiv -\mathrm{Log}\beta$.
Conforté par l'éqn de l'énergie tirée de (16)–(17):

$$\left(\sqrt{-\gamma}\; T_0^\mu\right)_{,\mu} = \sqrt{-\gamma}\, \beta\beta_{,0}\, T^{00} \equiv \alpha = -\psi_{,0}\, T^{00} \qquad (20)$$

(la dernière éqn en Cartésiennes liées à $\mathcal{E}$).

Pour qu'il existe une loi de conservation locale pour l'énergie, il faut que α soit une 4-divergence de par l'éqn. du champ ψ.
Ceci a bien lieu (Braz.J.Phys. 2006) si cette éqn. est

$$\Box\psi \equiv \psi_{,0,0} - \Delta_{\mathbf{g}^0}\, \psi = \frac{4\pi G}{c^2}\sigma \qquad \sigma \equiv T^{00}, \quad x^0 \equiv cT. \qquad (21)$$

Principaux tests

On retrouve la théorie de Newton en 1ère approximation.

Corrections calculées avec un schéma post-Newtonien *asymptotique*. (Rom.J.Phys. 2000.) Très petites par ex. ds. le système solaire. Statique sphérique : métrique de Schwarzschild.

Mêmes effets qu'en RG pour les rayons lumineux (approx. 1PN). (v2: Braz.J.Phys. 2006.)

Avec v1 la mécanique céleste marche bien (faible écart / éphéméride RG). (IJMP/A 2002). Avec v2: devrait marcher mieux. Calculs en cours. (Collabn. R. Winkler, Munich.)

PRINCIPAUX TESTS (SUITE)

Structure interne des corps intervient en méca. céleste. (Vrai aussi en RG: MA, PRD 2005.)

V1 écarté pour violation du principe d'équivalence faible par subsistance de cet effet à la lim. "particule ponctuelle". Pb. résolu par v2 (Braz.J.Phys. 2006).

La perte d'énergie par rayonnement d'ondes gravitationnelles a la même structure qu'en RG, donc les "pulsars binaires" devraient être bien décrits (Theor.Math.Phys. 2004)

Prédictions originales

Pas de singularité mais un “rebond”, tant pour le collapse sphérique d'une poussière (Rev.Roum.Méc.Appl. 1997) qu'autour de l'état passé à haute densité suggéré par l'expansion cosmique (Phys.Ess. 2001). Accélération de l'expansion *prédite*.

Création/destruction (macroscopique) de matière ds. un chp. gravitat$^{\mathrm{el}}$ variable, dans des quantités extrêmement faibles (Braz.J.Phys. 2006).

Création/destruction (macroscopique) de charge électrique ds. un chp. gravitat$^{\mathrm{el}}$ variable, dans des quantités pas encore connues (Open Physics 2016). Lien avec champs magnétiques des objets astronomiques ?