Recherches janvier 2015 - juin 2017

Mayeul Arminjon

Laboratoire "Sols, Solides, Structures, Risques",

UMR 5521 CNRS/ Université Grenoble Alpes/ Grenoble-INP,

BP 53, F-38041 Grenoble cedex 9, France.

Table des matières

1 La définition de l'énergie pour un milieu continu ou un champ

Les recherches que j'ai menées sur la mécanique quantique dans un champ de gravitation relativiste, décrites dans les rapports précédents, se sont terminées par une étude de la notion d'opérateur énergie et de son lien avec la notion d'énergie en mécanique hamiltonienne [a1]. Cette étude avait pour but de mettre en évidence la signification physique du problème de non-unicité de l'opérateur énergie pour l'équation de Dirac généralement-covariante. Les échanges d'arguments sur ce sujet avec Frank Reifler et avec des referees m'ont convaincu que le point de vue classique sur la définition et la signification de l'énergie mérite d'être développé pour montrer sa pertinence aussi en physique relativiste. Après avoir discuté dans [a1] la notion d'énergie d'une particule d'épreuve ponctuelle, il m'a donc semblé intéressant d'étudier assez en détail le concept d'énergie pour un milieu continu ou un champ, en physique newtonienne ou relativiste, y compris dans un espace-temps courbe. Les points que j'ai abordés sont les suivants [a3] :

1) *Émergence du concept d'énergie en physique classique des milieux continus.* Pour illustrer cette émergence, j'ai étudié le cas d'un milieu élastique ou d'un fluide barotrope en gravitation newtonienne. La deuxième loi de Newton pour le milieu continu permet de calculer la puissance dépensée, en prenant le produit scalaire avec le champ de vitesse. En utilisant l'isentropie, on peut réécrire la puissance comme un taux temporel par unité de masse, qui s'égale à un terme de source. Ce dernier se transforme en faisant apparaître un terme de flux grâce à l'équation de Poisson vérifiée par le potentiel newtonien. On obtient ainsi une équation de conservation locale pour l'énergie, ayant la forme standard en physique classique :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \mathrm{div}\,\boldsymbol{\Phi} = 0. \tag{1}$$

2) *Équation de conservation locale du tenseur énergie en relativité restreinte et sa dépendance par rapport au référentiel.* Cette équation bien connue : $T^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$, se met classiquement sous la forme de deux équations du type (1) : une équation scalaire pour la densité d'énergie $w := c^2 T^{00}$, et une équation "3-vectorielle" pour la densité de quantité de mouvement $\boldsymbol{P} := cT^{i0}\partial_i$ (somme sur $i = 1, 2, 3$). Je note que ces deux équations de conservation locales (pour w et pour $\boldsymbol{P}$) sont covariantes par changement de coordonnées purement spatial mais pas par un changement général. Cela signifie qu'il y a une définition de l'énergie et de la quantité de mouvement (et de leurs flux) par référentiel — un référentiel étant défini formellement comme une classe d'équivalence F de systèmes de coordonnées s'échangeant par changement purement spatial [A44]. Les objets "spatiaux" tels que le "scalaire" w et les 3-vecteurs $\boldsymbol{P}$ et $\boldsymbol{\Phi}$ sont des champs de tenseurs sur la "variété espace" M_F que l'on peut définir [A44] à partir de la donnée d'un

référentiel F.

3) *Définition rigoureuse d'un lagrangien et du principe d'action stationnaire dans un cadre simple.* Dans la littérature mathématique, ces définitions reposent sur la théorie des fibrés et de leurs fibrés "jets", qui est assez abstraite. En utilisant la notion d'expression locale d'un objet dans une carte (l'objet pouvant être un champ de tenseurs sur la variété espace-temps V ou plus généralement une section d'un fibré vectoriel de base V), on peut se contenter d'un cadre assez élémentaire tout en restant rigoureux (notamment par l'attention portée aux domaines de définition des cartes).

4) *Le "tenseur énergie canonique" n'est pas nécessairement un tenseur.* Il est facile de prouver que, comme l'a indiqué Leclerc (IJMPD **15**, 959, 2006), le tenseur énergie-impulsion-contraintes canonique associé au lagrangien du champ électromagnétique n'est *pas* un tenseur, car il ne se transforme pas tensoriellement lors d'un changement général de coordonnées. A ma connaissance, ceci n'a pas été noté ailleurs.

5) *Définition variationnelle du tenseur énergie.* La variation de l'intégrale d'action suite à un changement infinitésimal du système de coordonnées (ou suite à un difféomorphisme infinitésimal) s'exprime comme une intégrale contenant le "tenseur de Hilbert". Le raisonnement classique (par ex. Landau et Lifshitz) pour obtenir cette expression comporte des lacunes. Je démontre un théorème précis, en n'utilisant que des mathématiques relativement élémentaires. Puis je rappelle que la "loi de conservation covariante" : $T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$, vérifiée par le tenseur de Hilbert, n'est pas une loi de conservation locale au sens classique (1) ; et que cela signifie qu'il n'y a pas de concept exact d'énergie locale dans les théories basées sur cette équation, comme la relativité générale. Je prouve un résultat précis sur l'unicité et le caractère effectivement tensoriel du tenseur de Hilbert, en utilisant des mathématiques encore assez simples. Cette preuve nécessite de considérer la variation de l'action lors d'une variation générale de la métrique, et non pas lors d'une variation de la métrique résultant d'un difféomorphisme infinitésimal.

6) *Un résultat d'unicité pour le bilan d'énergie.* La densité d'énergie et son flux sont-ils déterminés de façon unique ? Je montre que c'est le cas si l'on exige qu'ils dépendent des champs de manière polynomiale.

2 L'électromagnétisme dans la théorie scalaire de la gravitation avec un "éther"

Entre 2005 et 2014, j'ai travaillé sur la mécanique quantique dans un champ de gravitation et sur la définition de l'espace associé à un référentiel. J'ai mentionné à la fin de mon rapport précédent les raisons qu'ont donné ces travaux pour reprendre les recherches sur la théorie scalaire en question. J'ai signalé au même endroit que la théorie du champ électromagnétique dans le champ de gravitation, dont les équations principales ont été publiées (dans le cadre d'une première version de la théorie scalaire) [B13], n'était pas assez développée dans cette théorie alternative. C'est la première tâche à laquelle je me suis attelé (dans le cadre d'une deuxième version de la théorie scalaire) [a4]. Le point de départ est l'obtention de l'équation de la dynamique d'un milieu continu en présence d'un champ de force non-gravitationnelle extérieure dans la théorie étudiée. L'application de cette équation au milieu chargé soumis à la force de Lorentz fournit, sous deux hypothèses, des "équations de Maxwell modifiées" (i.e., modifiées par la présence du champ de gravitation) [a4] — mais mes recherches ultérieures [a6] m'ont conduit à abandonner l'une de ces deux hypothèses, voir §§2.4 et 2.5.

2.1 Dynamique du continu

La théorie étudiée se distingue de la relativité générale (RG) et de ses diverses extensions notamment par sa dynamique, qui consiste en une généralisation à un espace-temps courbe de la deuxième loi de Newton valable en relativité restreinte. Cette dynamique se définit sur un fluide de référence privilégié $\mathcal{E}$ dans la variété espace-temps V, en utilisant de façon essentielle la variété espace M que j'associe [a2] à ce fluide de référence (M est une variété différentielle de dimension 3). [1] La dynamique est définie d'abord pour une particule d'épreuve. L'extension proposée de la 2ème loi de Newton s'écrit :

$$\mathbf{F} + (E/c^2)\mathbf{g} = D\mathbf{P}/Dt_{\mathbf{x}}, \tag{2}$$

où $\mathbf{F}$ est la force non-gravitationnelle, E est l'énergie de la particule d'épreuve, $\mathbf{g}$ l'accélération de la gravité selon cette théorie, $\mathbf{P} \equiv (E/c^2)\mathbf{v}$ est la quantité de

[1] Un fluide de référence *général* $\mathcal{F}$ peut être défini par la donnée d'un champ de vecteurs $\boldsymbol{U}_{\mathcal{F}}$ sur l'espace-temps V, le champ $\boldsymbol{U}_{\mathcal{F}}$ devant être du genre temps pour un fluide de référence "admissible" (Cattaneo, Nuov. Cim. **10**, 318, 1958). La *variété espace* $\mathrm{N}_{\mathcal{F}}$ *associée* à un fluide de référence $\mathcal{F}$ est l'ensemble des courbes intégrales maximales du champ $\boldsymbol{U}_{\mathcal{F}}$, cet ensemble étant muni d'une structure canonique de variété différentielle 3D [a2]. Ces courbes correspondent physiquement aux trajectoires des "observateurs" privilégiés. Pour définir spécifiquement la variété espace M associée au fluide de référence privilégié $\mathcal{E}$ dont je postule l'existence, on peut partir plus simplement (mais restrictivement) d'un espace-temps de la forme $\mathrm{V} = \mathbb{R} \times \mathrm{M}$ [A15]. Cette hypothèse restrictive devient presqu'inévitable au stade de l'équation du champ scalaire, car celle-ci utilise de façon indispensable la coordonnée de temps privilégiée T de la théorie, telle que cT soit la projection d'un évènement quelconque $X \in \mathbb{R} \times \mathrm{M}$ sur la composante $\mathbb{R}$ de $\mathbb{R} \times \mathrm{M}$ [A35]. Il est important de définir la dynamique dans le cadre plus général d'un fluide de référence quelconque et de sa variété espace associée, notamment parce que cela permet de voir que la dynamique de la RG peut aussi se formuler à partir de l'extension (2) de la deuxième loi de Newton — mais avec un champ d'accélération $\mathbf{g}$ différent [A16].

mouvement, et $t_{\mathbf{x}}$ est le temps local tel que

$$\frac{\mathrm{d}t_{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \beta \equiv \sqrt{\gamma_{00}}. \tag{3}$$

(Les coordonnées x^μ sont adaptées au fluide de référence privilégié $\mathcal{E}$ et telles que, de plus, la métrique d'espace-temps $\boldsymbol{\gamma}$ vérifie la condition de synchronisation $\gamma_{0i} = 0$, ce qui est possible par hypothèse pour le fluide de référence $\mathcal{E}$. Et l'on pose $t \equiv x^0/c$.) La 3-vitesse $\mathbf{v}$ de la particule test (relativement au fluide de référence $\mathcal{E}$) est définie avec le temps local $t_{\mathbf{x}}$, i.e., $v^i \equiv \frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}t_{\mathbf{x}}} = \frac{1}{\beta}\frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}t}$. Enfin $D/Dt_{\mathbf{x}} \equiv (1/\beta)D/Dt$, la dérivée D/Dt étant définie de façon unique par l'exigence que la règle de Leibniz s'applique pour la dérivation d'un produit scalaire [A16].

La 2ème loi (2) entraîne une *équation de l'énergie* donnant l'évolution de E pour une telle particule [A15]. J'ai étendu cette équation au cas où une force non-gravitationnelle $\mathbf{F}$ s'exerce sur la particule [a4]. En utilisant cette équation, on trouve l'expression de la 4-accélération de la particule. Si l'on considère ensuite une *poussière,* i.e. un milieu continu constitué d'une myriade de particules non-interagissantes, chacune de ces particules doit obéir à la deuxième loi de Newton de la théorie et donc à l'expression trouvée pour la 4-accélération A^μ. Or, l'expression de la 4-accélération d'une particule d'épreuve détermine l'équation de la dynamique pour une poussière, car une poussière vérifie l'équation

$$T^{\mu\nu}_{\ \ ;\nu} = \rho^*\, c^2\, U^\mu_{\ ;\nu}\, U^\nu = \rho^*\, c^2\, A^\mu, \tag{4}$$

où ρ^* est la densité propre de masse-au-repos et U^μ sont les composantes de la 4-vitesse. L'équation (4) permet d'obtenir l'équation dynamique standard $T^{\mu\nu}_{\ \ ;\nu} = 0$ en partant de l'hypothèse du mouvement géodésique ($A^\mu = 0$), ou inversement. Dans la théorie étudiée, la forme spécifique simple du champ d'accélération de la gravité intervenant dans la 2ème loi de Newton (2) conduit avec (4) à une équation dynamique différente, qui avait déjà été obtenue dans le cas sans force extérieure [A20]. Dans le cas où la poussière est soumise à un champ de forces extérieur non gravitationnel ayant pour densité volumique $\mathbf{f}$, on obtient [a4] l'équation suivante :

$$T^{0\nu}_{\ \ ;\nu} = b^0(\mathbf{T}) + \frac{\mathbf{f}.\mathbf{v}}{c\beta}, \qquad T^{i\nu}_{\ \ ;\nu} = b^i(\mathbf{T}) + f^i. \tag{5}$$

Ici f^i ($i = 1, 2, 3$) sont les composantes de $\mathbf{f}$, et $\mathbf{v}$ est le champ de vitesses du milieu continu par rapport au fluide $\mathcal{E}$, défini avec le temps local (3) comme pour une particule test. De plus,

$$b^0(\boldsymbol{T}) \equiv \frac{1}{2}\,\gamma^{00}\, g_{ij,0}\, T^{ij}, \quad b^i(\boldsymbol{T}) \equiv \frac{1}{2}\, g^{ij} g_{jk,0}\, T^{0k}, \tag{6}$$

où $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{g}_{\mathcal{E}}$ est la métrique spatiale associée à la métrique d'espace-temps $\boldsymbol{\gamma}$ et au fluide de référence privilégié $\mathcal{E}$. Noter que b^μ dépend linéairement de $\mathbf{T}$.

Je postule que l'équation (5) avec la définition (6) reste valable dans le cas d'un milieu continu général caractérisé par l'expression de son tenseur énergie $\mathbf{T}$ en fonction de certains “champs matière”, à condition bien sûr que le champ de vitesses $\mathbf{v}$ de ce milieu continu et le champ de forces extérieures non gravitationnelles $\mathbf{f}$ exercé sur lui soient définis sans ambiguïté. Cette hypothèse exprime l'universalité de la gravitation et l'équivalence masse-énergie dans le cadre de la théorie étudiée.

2.2 Une version des équations de Maxwell modifiées

Le champ électromagnétique (é.m.) est représenté, de façon classique, par le tenseur antisymétrique $\boldsymbol{F}$ vérifiant le premier groupe standard des équations de Maxwell :

$$F_{\lambda\mu\,,\nu} + F_{\mu\nu,\lambda} + F_{\nu\lambda,\mu} = F_{\lambda\mu\,;\nu} + F_{\mu\nu;\lambda} + F_{\nu\lambda;\mu} = 0, \tag{7}$$

parce que ce groupe n'est pas affecté par le fait que la métrique d'espace-temps $\boldsymbol{\gamma}$ soit courbe. En demandant que l'expression de la force de Lorentz soit un vecteur d'espace invariant par les changements de coordonnées internes au fluide de référence synchronisé $\mathcal{E}$ et coïncide avec l'expression classique lorsque la métrique $\boldsymbol{\gamma}$ se réduit à la métrique de Minkowski, on obtient l'expression [2]

$$\mathbf{F} = q\,(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})\,, \qquad (\mathbf{a} \wedge \mathbf{b})^i \equiv e^i_{\ jk}\, a^j\, b^k, \tag{8}$$

où les champs électrique et magnétique sont les champs de vecteurs spatiaux ayant pour composantes

$$E^i \equiv \frac{c\,F^i_{\ 0}}{\beta}, \quad B^k \equiv -\frac{1}{2} e^{ijk} F_{ij}. \tag{9}$$

(e_{ijk} est le tenseur antisymétrique usuel coïncidant avec la signature ε_{ijk} dans le cas plat, et ses indices sont remontés ou descendus avec la métrique spatiale $\boldsymbol{g}$.) Dans le cas d'un milieu continu chargé, l'expression (8) devient

$$f^i \equiv \frac{\delta F^i}{\delta V} = F^i_{\ \mu}\, J^\mu. \tag{10}$$

où $\rho_{\mathrm{el}} \equiv \delta q / \delta V$ est la densité de charge, et où $J^\mu \equiv \rho_{\mathrm{el}}\, \mathrm{d}x^\mu / \mathrm{d}t_{\mathbf{x}}$ est le 4-courant.

La modification du deuxième groupe des équations de Maxwell due à la présence d'un champ de gravitation a été déduite [a4] de l'équation dynamique (5) appliquée au milieu continu chargé produisant le champ é.m. $\boldsymbol{F}$ et soumis au champ

[2] Dans ce rapport, j'écris les formules dans le système international (SI), car c'est nécessaire [a6] pour la recherche décrite au §2.4. Dans [a4], j'utilisais le système de Gauss, plus concis.

de forces de Lorentz $\mathbf{f}$ défini par (10), sous deux hypothèses :

(i) Le tenseur énergie total est la somme $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_{\text{milieu chargé}} + \boldsymbol{T}_{\text{champ}}$. [3]

(ii) Le tenseur énergie total $\boldsymbol{T}$ obéit à l'équation générale pour la dynamique d'un milieu continu sans force non-gravitationnelle, éq. (5) avec $\mathbf{f} = \mathbf{0}$.

On voit facilement que, *sous ces deux hypothèses,* l'éq. (5) appliquée au milieu chargé équivaut à une équation du même type que (5), mais appliquée au champ :

$$T^{\mu\nu}_{\text{champ}\ ;\nu} = b^\mu(\mathbf{T}_{\text{champ}}) - F^\mu{}_\nu\, J^\nu. \tag{12}$$

En utilisant l'expression (11) de $\boldsymbol{T}_{\text{champ}}$, on arrive à réécrire (12) comme :

$$F^\mu{}_\lambda\, F^{\lambda\nu}{}_{;\nu} = \mu_0 \left[b^\mu\left(\boldsymbol{T}_{\text{champ}}\right) - F^\mu{}_\lambda\, J^\lambda\right], \tag{13}$$

ce qui constitue le deuxième groupe. En effet, dans le cas où la matrice $(F^\mu{}_\nu)$ est inversible, ceci devient

$$F^{\mu\nu}{}_{;\nu} = \mu_0 \left(G^\mu{}_\nu\, b^\nu(\boldsymbol{T}_{\text{champ}}) - J^\mu\right), \quad (G^\mu{}_\nu) \equiv (F^\mu{}_\nu)^{-1}. \tag{14}$$

Cette dernière équation se réduit au deuxième groupe postulé en RG lorsque le champ de gravitation est constant dans le référentiel privilégié, car on a alors $g_{ij,0} = 0$, d'où $b^\nu = 0$ par (6).

2.3 Deuxième loi de Newton pour une "poussière de photons" et optique géométrique

Pour obtenir la dynamique d'un milieu continu soumis à un champ de forces non-gravitationnel de densité volumique $\mathbf{f}$, un premier procédé est de partir de la 2ème loi de Newton (2) pour une particule test et d'utiliser la 4-accélération qui s'en déduit, comme je l'ai résumé au §2.1. Mais on peut aussi écrire directement la 2ème loi de Newton pour un élément de volume δV du milieu continu :

$$\delta\mathbf{F} + \frac{\delta E}{c^2}\mathbf{g} = \frac{D}{Dt_{\mathbf{x}}}\left(\frac{\delta E}{c^2}\mathbf{v}\right), \tag{15}$$

avec

$$\delta\mathbf{F} \equiv \mathbf{f}\delta V, \quad \delta E \equiv T^0{}_0\,\delta V, \quad \mathbf{v} \equiv \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t_{\mathbf{x}}} \equiv \frac{1}{\beta}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t}. \tag{16}$$

[3] Ici $\boldsymbol{T}_{\text{champ}}$ est le tenseur énergie du champ électromagnétique, dont l'expression en fonction du tenseur $\boldsymbol{F}$ est classique :

$$T^{\mu\nu}_{\text{champ}} \equiv \left(-F^\mu{}_\lambda F^{\nu\lambda} + \frac{1}{4}\gamma^{\mu\nu} F_{\lambda\rho}F^{\lambda\rho}\right)/\mu_0. \tag{11}$$

(On vérifie en effet, au moins pour une "poussière ordinaire", que l'énergie pertinente s'écrit bien $\delta E \equiv T^0{}_0\, \delta V$ [a4], $\boldsymbol{T}$ étant bien sûr le tenseur énergie du milieu continu considéré, donné par l'équation classique $T^{\mu\nu} = \rho^* c^2 U^\mu U^\nu$ pour une poussière ordinaire.) Je prouve [a4] que, lorsque le milieu est une "poussière générale", i.e. lorsque le tenseur $\boldsymbol{T}$ a la forme

$$T^{\mu\nu} = V^\mu V^\nu, \tag{17}$$

l'équation (15) est équivalente à la partie spatiale $(5)_2$ de l'équation dynamique obtenue par le premier procédé, la vitesse du milieu continu étant définie par

$$v^i \equiv u^i/\beta, \quad u^i \equiv c\, T^{0i}/T^{00}. \tag{18}$$

De même, la composante temporelle $(5)_1$ est équivalente, sous l'hypothèse (17), à l'équation de l'énergie obtenue en transposant au milieu continu l'équation valable pour une particule test — comme on transpose (2) en (15). Ainsi, ces deux équivalences sont vraies lorsque $\boldsymbol{T}$ a la forme (17), indépendamment de la nature physique du milieu ou champ ayant $\boldsymbol{T}$ pour tenseur énergie. Elles sont donc vraies pour un champ électromagnétique $\boldsymbol{F}$ lorsque $\boldsymbol{T}_{\text{champ}}$ a la forme (17), ce qui signifie exactement que $\boldsymbol{F}$ est un champ "null", ayant ses deux invariants nuls.

Considérons en particulier le cas d'un champ é.m. "null" dans le vide, i.e. $J^\mu = 0$. Dans ce cas, l'éq. (12) s'identifie à l'équation dynamique pour le champ en l'absence de force extérieure :

$$T^{\mu\nu}_{\text{champ}\ ;\nu} = b^\mu(\mathbf{T}_{\text{champ}}), \tag{19}$$

et donc, d'après ce qui précède, équivaut à la conjonction de (i) la 2ème loi de Newton (15) appliquée au milieu continu "champ null" en l'absence de force non-gravitationnelle et (ii) l'équation de l'énergie correspondante. Or l'éq. (12) équivaut, comme on l'a dit, au 2ème groupe de Maxwell modifié (13). Ainsi, pour un champ é.m. "null" dans le vide, ce 2ème groupe se réduit à la 2ème loi de Newton (15) appliquée au "champ null" avec $\delta\mathbf{F} = \mathbf{0}$ (et à l'équation de l'énergie correspondante), c'est à dire qu'il décrit la même dynamique que celle définie par la 2ème loi de Newton (2) pour un photon individuel avec $\mathbf{F} = \mathbf{0}$. Or cette dynamique des photons individuels sans force non-gravitationnelle constitue l'optique géométrique de la théorie étudiée (qui inclut tous les effets classiques de la gravitation sur les rayons lumineux [A19]). En résumé, dans la théorie étudiée un champ é.m. "null" se comporte comme une "poussière de photons". Ceci fournit le lien entre les optiques ondulatoire et géométrique.

2.4 Le problème de la conservation de la charge

Dans le cas "générique" où la matrice $(F^\mu{}_\nu)$ du champ é.m. est inversible, on déduit du deuxième groupe (14) que la charge électrique n'est pas conservée dans un champ de gravitation variable, le taux de production étant donné par [a4] :

$$\hat{\rho} \equiv (J^\mu)_{;\mu} = \left(G^\mu{}_\nu\, b^\nu(\boldsymbol{T}_{\text{champ}})\right)_{;\mu}. \tag{20}$$

Il n'est pas aisé de donner des estimations numériques pertinentes, notamment parce que la plupart des solutions connues des équations de Maxwell correspondent à des champs électrique et magnétique orthogonaux — alors que la condition d'inversibilité de la matrice $(F^\mu{}_\nu)$ est précisément $\mathbf{E}.\mathbf{B} \neq 0$. Pour obtenir des estimations [a6], je considère un champ gravitationnel post-Newtonien ; donc le champ scalaire β (éq. (3)) et la métrique ont des développements de Taylor par rapport au paramètre de champ faible λ, qui dans des unités appropriées est $\lambda = c^{-2}$ [A23]. On peut développer également le champ é.m. $\boldsymbol{F}$ et le 4-courant $\mathbf{J}$ par rapport à λ, mais sans supposer qu'ils soient faibles ou lentement variables :

$$\boldsymbol{F} = c^n \left(\overset{0}{\boldsymbol{F}} + O(c^{-2})\right), \quad \mathbf{J} = c^m \left(\overset{0}{\mathbf{J}} + O(c^{-2})\right), \tag{21}$$

avec des entiers n et m (positifs, négatifs, ou nuls). Les développements (21) s'apparentent à des développements post-Minkowskiens. En insérant ceci dans le deuxième groupe (13), on trouve qu'on doit avoir $m = n - 2$ et que la première approximation de (13) est simplement le deuxième groupe valable en relativité restreinte, faisant intervenir les champs de première approximation $\boldsymbol{F}_1 \equiv c^n \overset{0}{\boldsymbol{F}}$, $\mathbf{J}_1 \equiv c^m \overset{0}{\mathbf{J}}$. De plus, le taux de production (20) s'écrit indépendamment de n :

$$\hat{\rho} = c^{-3} \left[\left(G_1{}^{\mu 0}\, T_1{}^{jj} - G_1{}^{\mu i}\, T_1{}^{0i}\right) \partial_T U\right]_{,\mu} + O(c^{-5}), \tag{22}$$

où $\boldsymbol{G}_1 \equiv (\boldsymbol{F}_1)^{-1} = c^{-n}\overset{0}{\boldsymbol{G}}$, $\boldsymbol{T}_1$ est le tenseur énergie associé à $\boldsymbol{F}_1$ par l'éq. (11), et où U est le potentiel Newtonien. Cette expression peut être explicitée en fonction des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ [a6] et contient alors les dérivées temporelles $\partial_T U$ *et* $\partial_T \nabla U$, qui doivent être évaluées dans le référentiel privilégié ("éther") $\mathcal{E}$ considéré par la théorie. Pour les vitesses de translation par rapport à $\mathcal{E}$ auxquelles on peut s'attendre par des arguments astronomiques, soit $V \approx 10 - 10^3$ km/s, c'est justement cette translation du système considéré (le système solaire ou simplement la Terre) qui contribue principalement à $\partial_T U$ et $\partial_T \nabla U$, ce qui permet de les estimer facilement en fonction de V.

J'applique ces calculs à des ondes é.m. planes et à des groupes de "dipôles de Hertz". (Bien qu'un dipôle de Hertz unique produise des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ orthogonaux, ce n'est plus le cas lorsqu'on somme les champs de dipôles de vecteurs différents et situés en différents points de l'espace.) Le groupe de dipôles est au repos dans un référentiel en mouvement uniforme de vitesse V par rapport à $\mathcal{E}$. Je trouve [a6] que, déjà pour $V = 10$ km/s, les taux de charge produite ou détruite atteignent des pics (concentrés surtout dans l'espace) dont les valeurs semblent largement exclues expérimentalement, même si elles ont des signes opposés en différents points. Ceci écarte le deuxième groupe obtenu dans [a4], i.e. l'éq. (13). Je montre ci-après d'où vient ce problème et comment on le résout.

2.5 Equations de Maxwell modifiées et énergie d'interaction

Le deuxième groupe (13), qui vient d'être écarté, résulte comme on l'a dit de l'équation dynamique (5) appliquée au milieu chargé, *et* des hypothèses (i) et (ii), tout ceci entraînant (12). En fait, cela entraîne directement

$$T^{0\nu}_{\text{champ}\ ;\nu} = b^0(\boldsymbol{T}_{\text{champ}}) - \frac{\mathbf{f}.\mathbf{v}}{c\beta}, \qquad T^{i\nu}_{\text{champ}\ ;\nu} = b^i(\boldsymbol{T}_{\text{champ}}) - f^i \tag{23}$$

(ce qui équivaut à (12) compte-tenu de (10)). Cette équation a exactement la forme de l'équation dynamique (5) appliquée non pas au milieu chargé mais au champ é.m. lui-même, avec un champ de forces non-gravitationnel $f^i_{\text{champ}} = -f^i \equiv -f^i_{\text{milieu chargé}}$, et pourvu que le champ de vitesses $\mathbf{v}_{\text{champ}}$ vérifie la condition $\mathbf{f}.(\mathbf{v}_{\text{champ}} - \mathbf{v}_{\text{milieu chargé}}) = 0$. La première égalité signifie l'opposition de l'action (densité de force de Lorentz $\mathbf{f}$ exercée par le champ sur le milieu chargé) et de la réaction exercée par le milieu chargé sur le champ é.m.. Poincaré a montré que l'opposition action-réaction ne s'applique pas au milieu chargé seul, au sens que la conservation de la quantité de mouvement ne s'applique qu'en tenant compte également de la quantité de mouvement portée par le champ é.m.. Ceci est cohérent avec l'égalité $f^i_{\text{champ}} = -f^i_{\text{milieu chargé}}$: en l'absence de gravitation, on a bien conservation de la quantité de mouvement totale (champ é.m. plus milieu chargé). La deuxième égalité est peu plausible a priori : dans le cas d'une "poussière de photons" examiné au §2.3, la vitesse est bien définie par (18), et on montre facilement que son module vaut c [a6] — tandis que la vitesse du milieu chargé est inférieure à c et même, en général, négligeable devant c. Pourtant, il se trouve que cette égalité des projections sur la direction de la force de Lorentz a lieu justement dans ce cas d'une poussière de photons i.e. d'un champ é.m. "null", mais elle n'a pas de raison d'être vraie dans le cas d'un champ é.m. général, pour lequel on ne sait d'ailleurs pas comment définir le champ de vitesses $\mathbf{v}_{\text{champ}}$ [a6].

Ainsi l'application de l'équation dynamique (5) au milieu chargé, jointe aux hypothèses (i) et (ii), entraînent la conséquence peu plausible ci-dessus, en sus d'une production de charge dans des quantités qui semblent vraiment exclues. L'équation dynamique (5) ne peut guère être changée, car (au moins dans le cas où le tenseur énergie du milieu chargé est celui d'une poussière), elle se *déduit* de la 2ème loi de Newton (2) — qui constitue le cœur de la théorie étudiée. De même l'hypothèse (ii) doit être maintenue, parce qu'elle est indispensable pour traiter les applications purement gravitationnelles de cette théorie. Je suis donc impérativement conduit à abandonner l'hypothèse (i). Puisque je maintiens l'hypothèse (ii), cela signifie exactement qu'il doit exister un tenseur énergie additionnel, que j'appellerai "tenseur énergie d'interaction" $\boldsymbol{T}_{\text{inter}}$, tel que le tenseur énergie total $\boldsymbol{T}$ s'écrive

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_{\text{milieu chargé}} + \boldsymbol{T}_{\text{champ}} + \boldsymbol{T}_{\text{inter}}. \tag{24}$$

Sans l'hypothèse (i), il est clair que l'équation dynamique (5) appliquée au milieu chargé, jointe à l'hypothèse (ii), ne déterminent plus la dynamique du champ, donc ne déterminent pas le 2ème groupe. En particulier, le 2ème groupe standard postulé en RG :

$$F^{\mu\nu}{}_{;\nu} = -\mu_0 J^\mu, \tag{25}$$

devient compatible avec la théorie étudiée. Il implique la conservation de la charge.

Le lien entre optiques ondulatoire et géométrique est essentiellement inchangé [a6], en ce sens qu'il consiste encore à observer que l'équation dynamique (5) s'applique à un champ é.m. "null" et que cette dynamique est identique à celle des photons individuels, comme je l'ai résumé au §2.3. La première différence avec le cas où l'on posait l'hypothèse (i) est que maintenant la dynamique (5) n'est plus *équivalente* au deuxième groupe d'équations de Maxwell [par ex. (25)], mais est simplement *compatible* avec lui. La deuxième différence est qu'il devient nécessaire de supposer qu'en effet la poussière de photons (champ é.m. "null") est soumise à une densité de force extérieure non-gravitationnelle : la réaction du milieu chargé [a6]. Cela semble très naturel.

L'éq. (24) dit que la présence de la matière ordinaire produisant un champ é.m. s'accompagne nécessairement (selon la théorie étudiée) de la présence d'une autre forme d'énergie, ayant $\boldsymbol{T}_{\text{inter}}$ pour tenseur énergie. Je montre que l'énergie en question et son flux obéissent à une équation presqu'identique à l'équation de conservation locale de la théorie (qui s'applique au tenseur énergie total), à la présence près d'un terme de source proportionnel à la densité d'énergie du champ é.m., $W_{\text{champ}} \equiv (B^2 + E^2/\,c^2)/2\mu_0$:

$$\left(T^{00}_{\text{inter}}\right)_{,0} + \left(T^{0j}_{\text{inter}}\right)_{,j} = (\operatorname{Log}\beta)_{,0}\left(T^{00}_{\text{inter}} - \beta^{-4} W_{\text{champ}}\right). \tag{26}$$

On peut donc considérer que la source de cette "énergie d'interaction" $W_{\text{inter}} \equiv T^{00}_{\text{inter}}$ est l'énergie é.m. W_{champ} et s'attendre à ce que la distribution spatiale de W_{inter} soit assez similaire à celle de W_{champ}. Celle-ci est en gros ellipsoïdale autour d'un centre galactique, mais beaucoup moins plate que la distribution spatiale des objets de la galaxie (ou du "cluster" de galaxies), parce que chaque objet lumineux rayonne sphériquement. Il me semble donc naturel de conjecturer que l'énergie W_{inter} contribue à la "matière noire". Ceci mérite d'être étudié.

3 Espace et espace-temps en mécanique classique, en relativité restreinte, et en gravitation relativiste

Dans des travaux des périodes précédentes [A44], [a2], j'ai étudié comment on peut définir l'espace en partant de l'espace-temps. Je me suis soucié principalement du cas d'un espace-temps assez général, tel qu'il apparaît dans les théories relativistes de la gravitation. Les concepts de la variété différentielle espace "locale" associée à un référentiel local [A44], et de la variété différentielle espace "globale" associée à un fluide de référence global [a2], ne nécessitent pas une métrique. Ceci n'est pas surprenant dans la mesure où le concept de variété est plus général que celui de métrique riemannienne ou lorentzienne. Néanmoins, dans la littérature sur la gravitation il n'arrive guère qu'on considère une variété pertinente à l'espace-temps sans qu'elle soit munie d'une métrique. Une raison pour cela est qu'en RG la variété espace-temps V n'est pas fixée indépendamment de la métrique : "les points de l'espace-temps (évènements) ne sont pas individualisés en dehors de leurs propriétés métriques" (Stachel, in Einstein and the History of General Relativity, Birkhaüser, 1989, pp. 63-100). D'autre part, mes recherches sur la théorie alternative scalaire montrent que le fait de considérer comme espace-temps physique une variété lorentzienne $(\mathrm{V}, \boldsymbol{\gamma})$ n'impose pas d'adopter la dynamique de la RG, dans laquelle les particules d'épreuve suivent les géodésiques de $\boldsymbol{\gamma}$. Autrement dit, la structure géométrique de l'espace-temps ne définit pas la physique gravitationnelle de manière unique. Il était alors naturel de se demander [a5] si ces deux points (le fait que la définition de l'espace soit indépendante d'une métrique et le fait que la structure géométrique de l'espace-temps ne définisse pas la physique) sont déjà vrais dans les théories plus simples que sont la mécanique classique et la relativité restreinte.

3.1 Mécanique classique

Pour étudier ces questions en mécanique classique [a5], je suis parti d'un espace-temps de la forme

$$\mathrm{V}_{\mathrm{N-L}} = \mathrm{A}^1 \times \mathrm{A}^3, \tag{27}$$

où A^1 est un espace affine de dimension 1, et où A^3 est un espace affine tridimensionnel. On peut dire que A^1 formalise l'axe du "temps absolu" postulé par Newton et que A^3 est l'"espace absolu" qu'il postulait également. Des espaces affines sont parfois considérés en mécanique classique (mais, à ma connaissance, pas de la même façon) : notamment, Arnold a défini l'espace-temps galiléen comme un espace affine quadridimensionnel, et Porta Mana a considéré chaque espace instantané de la mécanique classique comme un espace affine tridimensionnel muni d'une distance. J'ai voulu voir jusqu'où l'on pouvait aller sans introduire aucune métrique ni même aucune distance.

La notion classique de trajectoire se définit bien sûr comme une application g définie sur un intervalle $\mathrm{I} \subset \mathbb{R}$: $t \mapsto x = g(t) \in \mathrm{A}^3$. On peut aussi considérer une ligne d'univers $l \subset \mathrm{A}^1 \times \mathrm{A}^3$, qui est par définition l'image d'une courbe de l'espace-temps : $l = C(\mathrm{I})$ où I est à nouveau un intervalle de $\mathbb{R}$ et $C : \xi \mapsto C(\xi) = (\hat{T}(\xi), \hat{x}(\xi)) \in \mathrm{A}^1 \times \mathrm{A}^3$ est la courbe paramétrée. Je montre qu'une ligne d'univers l détermine une trajectoire unique, indépendamment du paramétrage de l. Un point mobile dans l'espace A^3 peut se définir comme une trajectoire ou alternativement comme une ligne d'univers. Sur le produit (27), les cartes qui sont le produit d'une carte affine θ de A^1 et d'une carte affine ϕ de A^3 sont privilégiées :

$$\Phi(T, x) \equiv (\theta(T), \phi(x)),\ T \in \mathrm{A}^1,\ x \in \mathrm{A}^3. \tag{28}$$

Dans une telle carte, la vitesse et l'accélération d'un point mobile sont définies simplement comme $\mathbf{u}(t) \equiv \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t}$ et $\mathbf{a}(t) \equiv \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t}$, où $\mathbf{x}(t) \equiv \phi(x(t))$. Je montre que ceci définit les mêmes vecteurs $u(t)$ et $a(t)$ de l'espace des translations E^3 de A^3, indépendamment de la carte affine ϕ de A^3, et constitue ainsi une définition correcte. (Un changement de la carte θ de A^1 signifie simplement un changement de l'origine du temps t et de son unité.) La notion de métrique n'intervient donc pas dans la définition de l'accélération.

L'espace M_v en mouvement uniforme à vitesse v par rapport à l'espace A^3 peut être défini comme l'ensemble des lignes d'univers $l_{x\,v}$ correspondant à une trajectoire à vitesse constante $v \in \mathrm{E}^3$ (la ligne $l_{x\,v}$ passant par le point $x \in \mathrm{A}^3$). En particulier, l'espace A^3 peut aussi être vu comme l'ensemble M_0 des lignes d'univers $l_x = l_{x\,0}$ correspondant à une trajectoire immobile au point $x \in \mathrm{A}^3$. En effet M_0 est canoniquement un espace affine et l'application $x \mapsto l_x$ est un isomorphisme d'espaces affines. Une carte "produit" étant définie en (28), la carte Φ_v qui associe au point (T, x') de $\mathrm{A}^1 \times \mathrm{A}^3$ le vecteur de $\mathbb{R}^4$

$$\Phi_v(T, x') \equiv \Phi(T, x' - tv) = (t, \phi(x' - tv)) \qquad (t \equiv \theta(T)) \tag{29}$$

est telle que le vecteur des coordonnées spatiales : $\mathbf{x}' \equiv \phi(x' - tv) \in \mathbb{R}^3$, reste constant sur chaque ligne $l_{x\,v}$. Ainsi la carte Φ_v est pertinente à l'espace mobile M_v et il est naturel de définir la vitesse et l'accélération par rapport à M_v d'un point mobile à partir des formules $\mathbf{u}'(t) \equiv \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}'}{\mathrm{d}t}$ et $\mathbf{a}'(t) \equiv \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}'}{\mathrm{d}t}$. Ceci définit là aussi des vecteurs $u'(t)$ et $a'(t)$ indépendants de la carte affine ϕ de A^3. On obtient la formule classique de composition des vitesses : $u' = u - v$, et aussi l'invariance de l'accélération par passage à un espace (ou référentiel) en mouvement uniforme, $a' = a$ — cette invariance étant le cœur de la relativité galiléenne. Enfin, comme M_0, l'espace mobile M_v est canoniquement un espace affine de dimension 3, soit A'^3. On peut faire la construction précédente de la cinématique classique du point en remplaçant A^3 par A'^3, conformément au fait que pour cette cinématique il n'y a pas d'espace "absolu". En résumé, la définition de l'espace comme un ensemble de lignes d'univers est appropriée également en mécanique classique, et là aussi elle ne fait pas intervenir de métrique.

En ce qui concerne l'influence de la structure géométrique sur la physique dans le contexte des concepts classiques d'espace et de temps, incarné par l'espace-temps (27) : je note que cet espace-temps qui, comme on vient de le voir, fournit un cadre adéquat pour la relativité galiléenne, fournit également un cadre adéquat pour la première théorie électromagnétique de Lorentz. Celle-ci prédisait des effets du mouvement par rapport à l'"éther" (modélisé ici comme l'espace "immobile" A^3 ou M_0). Dans chaque cas, l'espace des translations de A^3, c'est à dire l'espace vectoriel E^3, est muni d'une métrique euclidienne (c'est nécessaire déjà pour la dynamique du point, puisque l'énergie cinétique, par exemple, la fait intervenir). Ainsi la donnée de l'espace-temps de la mécanique classique avec sa métrique euclidienne d'espace ne détermine pas le caractère relativiste ou non-relativiste de la physique qui s'y déroule.

3.2 Relativité restreinte

L'espace-temps de Minkowski est le cadre de la relativité restreinte. Cet espace-temps est habituellement défini comme un espace vectoriel de dimension 4, E^4, équipé de la métrique $\boldsymbol{\gamma}^0$ du même nom. Il est plus conforme à l'absence d'un "évènement origine" de le définir comme un espace *affine* de dimension 4, A^4 (le même que pour l'espace-temps galiléen considéré par Arnold), équipé de la métrique $\boldsymbol{\gamma}^0$. Je note que pour définir celle-ci, on peut partir d'une carte affine *quelconque* χ de A^4 et poser qu'en chaque point X de A^4 la matrice des composantes de $\boldsymbol{\gamma}^0$ en X dans la carte χ est la matrice classique $\mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)$. Il y a donc une infinité de "métriques de Minkowski" différentes sur le même espace-temps A^4, parce qu'on passe d'une carte affine à une autre par une transformation linéaire inversible quelconque, qui généralement n'est donc pas une transformation de Lorentz conservant la matrice de la métrique. Cette multiplicité est vraie également si l'on préfère définir l'espace-temps de Minkowski à partir d'un espace vectoriel E^4. Elle ne signifie pas une ambiguïté physique.

Exactement comme pour la mécanique classique, on peut fort bien définir l'espace-temps de Minkowski en partant de l'espace-temps affine "décomposé" $\mathrm{A}^1 \times \mathrm{A}^3$, au lieu de l'espace-temps affine "bloc" A^4 : on se donne des métriques euclidiennes $\boldsymbol{h}^1$ et $\boldsymbol{h}^3$ sur les espaces de translations respectifs E^1 et E^3, et l'on pose pour deux vecteurs quelconques $U = (\tau, v)$, $U' = (\tau', v')$ de l'espace de translations $\mathrm{E} = \mathrm{E}^1 \times \mathrm{E}^3$:

$$\boldsymbol{\gamma}^0(U,U') = \boldsymbol{\gamma}^0((\tau,v),(\tau',v')) \equiv \boldsymbol{h}^1(\tau,\tau') - \boldsymbol{h}^3(v,v'). \tag{30}$$

Ceci donne une façon de formaliser la version "Lorentz-Poincaré" de la relativité restreinte, qui fait découler celle-ci du postulat de l'éther vu comme un référentiel inertiel dans lequel les équations de Maxwell sont valides et tel que les objets en mouvement par rapport à lui sont "Lorentz-contractés".

En conclusion, l'espace-temps affine "décomposé" $\mathrm{A}^1 \times \mathrm{A}^3$ est une structure mathématique plus riche (plus particulière) que l'espace-temps affine "bloc" A^4, dans la mesure où le premier espace-temps mais pas le deuxième contient des projections temporelle et spatiale privilégiées. Pourtant la première structure est physiquement plus générale parce que des physiques relativistes aussi bien que non-relativistes peuvent y être formulées. Ceci montre clairement que la structure géométrique de l'espace-temps n'est pas en relation univoque avec la physique. Bien entendu la définition de l'espace associé à un référentiel, qui fonctionne en gravitation relativiste, fonctionne aussi en relativité restreinte.

3.3 Gravitation relativiste

Les résultats à ce sujet présentés dans le travail [a5] sont essentiellement et ouvertement un résumé de résultats antérieurs [A15], [A16], [A44], [a2]. Parmi ceux-ci, les résultats relatifs à la définition locale [A44] ou globale [a2] de l'espace associé à un référentiel, qui donc sont résumés dans [a5], ont déjà été décrits dans mon rapport précédent. Les autres remarques faites au sujet de la gravitation relativiste dans le travail [a5] concernent le fait que sur une variété lorentzienne $(\mathrm{V}, \boldsymbol{\gamma})$ on peut définir une autre dynamique que celle d'Einstein. A savoir, celle basée sur l'extension (2) de la deuxième loi de Newton [A15], [A16]. Dans le travail [a5], j'insiste sur les points suivants : (i) Cette extension peut être définie dans n'importe quel fluide de référence admissible au sens de Cattaneo (donc pas forcément un référentiel "synchronisé" comme je l'ai considéré ci-dessus au début du §(2.1)). (ii) La forme du champ d'accélération $\mathbf{g}$ intervenant dans (2) peut être déterminée de façon à ce que les particules libres ($\mathbf{F} = \mathbf{0}$) suivent les géodésiques, auquel cas l'on retrouve la dynamique einsteinienne. (iii) Néanmoins, l'interprétation de la gravité comme une force de pression [A8], [A9] conduit à postuler une forme plus simple pour le vecteur spatial $\mathbf{g}$, et cette même forme peut être démontrée indépendamment de cette interprétation, à partir d'hypothèses phénoménologiques [A16]. La possibilité de définir cette dynamique différente sur une variété lorentzienne (admettant un référentiel synchronisé global, i.e. $\gamma_{0i} = 0$ dans une carte globale) montre bien que la structure géométrique de l'espace-temps ne définit pas la physique gravitationnelle de façon unique.

4 Publications depuis 2015

4.1 Revues avec comité de lecture

4.1.0.1 Revues avec comité de lecture : articles parus de janvier 2015 à juin 2017

[a1] M.A., “Some remarks on quantum mechanics in a curved spacetime, especially for a Dirac particle”, *Int. J. Theor. Phys.* **54**, No. 7, 2218-2235 (2015).

[a2] M.A., “Defining the space in a general spacetime”, *Int. J. Geometric Methods in Modern Physics* **13**, No. 3 (2016) 1650031 [30 pages].

[a3] M.A., “On the definition of energy for a continuum, its conservation laws, and the energy-momentum tensor, Review Article, *Adv. Math. Phys.*, Volume 2016 (2016), Article ID 9679460 (Open Access) [15 pages].

[a4] M.A., “Continuum dynamics and the electromagnetic field in the scalar ether theory of gravitation”, *Open Physics* **14**, 395-409 (2016) (Open Access).

4.1.0.2 Revues avec comité de lecture : articles soumis pour publication

[a5] M.A., “Is spacetime as physical as is space?”, soumis pour publication.

[a6] M.A., “Charge conservation in a gravitational field in the scalar ether theory”, soumis pour publication.

4.2 Conférences invitées dans des congrès

[i1] M.A., “ Some remarks on the definition of classical energy and its conservation laws”, Texte d’une conférence invitée à la *Fourth International Conference on Theoretical Physics “Theoretical Physics and its Applications”*, organisée par Timur F. Kamalov *et al.*; Moscow State Pedagogical University et Moscow Institute of Physics and Technology, 3-5 juillet 2015.

4.3 Actes de colloques avec comité de lecture

[b1] M.A., “On the Hamiltonian and energy operators in a curved spacetime, especially for a Dirac particle”, texte d'un exposé oral au *Seventh International Workshop “Spacetime - Matter - Quantum Mechanics, DICE2014*, Castiglioncello (Italie), 15-19 septembre 2014, organisé par Hans-Thomas Elze *et al.*; *J. Phys. Conf. Ser.* **626**, 012030, 2015 [8 pages].

[b2] M.A., “On continuum dynamics and the electromagnetic field in the scalar ether theory of gravitation”, texte d'un exposé oral à la *10th Biennial Conference on Classical and Quantum Relativistic Dynamics of Particles and Fields (IARD 2016)*, Ljubljana, Slovénie, 6-9 juin 2016, organisée par Matej Pavšič *et al.*; *J. Phys. Conf. Ser.* **845**, 012014 (2017) [9 pages].

[b3] M.A., “On charge conservation in a gravitational field I, II”, deux exposés oraux donnés à la *XIXth International Conference “Geometry, Integrability and Quantization”*, Varna, Bulgarie, 2 – 7 juin 2017, organisée par Ivaïlo Mladenov *et al.*. Texte en préparation. Transparents.

4.4 Séminaires, workshops

[s1] “L'espace-temps et sa courbure : réalités physiques ou concepts mathématiques ? Une vue alternative de la gravitation et quelques conséquences”, *Séminaire du Laboratoire Sols-Solides-Structures-Risques*, 17 novembre 2016. Résumé. Transparents.