

DETERMINATION DE LA RESISTANCE DU VERRE TREMPE

Hélène Carré

Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB)
84, Avenue Jean Jaurès
77421 Marne-la-Vallée Cedex 02, France
tel: 01 64 68 84 91, fax: 01 64 68 84 99

Laurent Daudeville

Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT)
École Normale Supérieure de Cachan
61, Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France
Tél. : 01 47 40 22 45, fax : 01 47 40 22 40
E-mail : daudevil@lmt.ens-cachan.fr

Résumé :

La trempe thermique d'une plaque de verre est simulée avec un code aux éléments finis. Le modèle de comportement du verre silico-sodo calcique prend en compte les relaxations des contraintes d'origine visco-élastique et structurale. La rupture du verre recuit est analysée de manière statistique grâce à des essais de flexion sur des petits éléments. L'influence de la vitesse de chargement est prise en compte. Les résultats des simulations numériques sont associés à l'approche statistique pour prédire la rupture de grandes plaques en verre trempé. Cette méthode est validée grâce à des essais de flexion jusqu'à rupture.

Mots-clefs :

verre ; visco-élasticité ; trempe thermique ; rupture ; effet d'échelle ; modèle de Weibull

I. INTRODUCTION

La nouvelle application du verre trempé aux structures du bâtiment (poteaux, poutres et éléments de contreventements) nécessite la connaissance de la résistance et de la durée de vie des éléments de structure en verre. L'objectif de ce travail est la prédiction de la résistance de plaques de verre silico-sodo calcique trempées chargées dans leur plan..

Le verre trempé est un matériau précontraint car le traitement thermique de trempe induit des contraintes résiduelles. Ces contraintes n'étant pas mesurables facilement en tout point de l'élément, des simulations de trempe sont indispensables pour connaître les états de contraintes transitoires et résiduelles. Le cas de chargement étudié conduit à une rupture à partir du bord de l'élément. Les simulations par la méthode des éléments finis doivent donc être tridimensionnelles pour prendre en compte l'effet de bord induit par la trempe. D'après les résultats obtenus, seules quelques informations concernant l'état de contrainte résiduel sont nécessaires pour l'analyse de la rupture de plaques en verre trempé. La connaissance des contraintes transitoires est également intéressante pour l'analyse de la rupture en cours de trempe.

Le verre est un matériau fragile. La résistance d'une plaque de verre est directement liée aux défauts présents à sa surface (l'influence des défauts volumiques pouvant être négligée). Ces défauts peuvent être représentés par des fissures trop petites et trop nombreuses pour être dénombrées. Le modèle statistique de Weibull permet d'obtenir la probabilité de rupture d'un élément en verre en fonction de l'état de contrainte. Des essais de flexion 4 points sont réalisés sur de petits barreaux en verre recuit afin de déterminer les paramètres de rupture intrinsèques au matériau et aux défauts dus au polissage. Cette approche prend en compte l'effet de la vitesse de chargement observé expérimentalement.

Avec d'une part, les résultats des simulations numériques, et d'autre part, les résultats de l'analyse statistique de la rupture du verre recuit, une méthode de superposition permet de prédire la résistance de plaques en verre trempé. Des essais de flexion 4 points sur de grandes plaques sont réalisés. Les expériences sur les grands éléments en verre recuit servent à valider la prédiction de l'effet d'échelle dans le verre recuit. Des mesures optiques sur les éléments en verre trempé permettent d'obtenir des données relatives au processus de trempe et de valider les calculs de contraintes résiduelles. Enfin, les résultats des essais à rupture sur les grands éléments trempés peuvent être comparés aux prédictions issues de la méthode de superposition proposée.

II. SIMULATION DE LA TREMPE THERMIQUE DU VERRE

La trempe thermique consiste à refroidir brutalement par jets d'air la plaque chauffée au-delà de 600 °C. Ce traitement confère à l'élément un état de contrainte résiduel de traction en coeur et de compression en surface. Cela permet d'augmenter la résistance mécanique du verre soumis à de la traction ou à de la flexion. Ces calculs par la méthode des éléments finis ont pour objectif de connaître les contraintes résiduelles d'une plaque de verre silico-sodo-calcique trempée.

II.1. Comportement thermo-mécanique du verre

Le verre est un matériau viscoélastique. A haute température (1100 °C), la relaxation des contraintes est instantanée. A température ambiante, le verre peut être considéré comme un solide élastique. Son comportement varie assez brutalement autour de la température de transition (T_g autour de 580 °C). Le modèle de comportement utilisé dans les calculs prend en compte la relaxation des contraintes (due à la viscosité), mais aussi la relaxation structurale (due à l'état réel de la structure du verre).

II.1.a. Comportement mécanique

A température constante, le comportement mécanique du verre est décrit ici en relaxation des contraintes. Le modèle généralisé de Maxwell est un modèle rhéologique discret qui semble bien adapté pour la description du comportement visqueux du verre (Figure 1 (a) et (b)) [1] [2]. Les modules de relaxation de cisaillement et volumique sont écrits avec les modules instantanés et différés et des séries de Prony.

Le module de cisaillement s'écrit :

$$G(t) = 2G_g \Psi_1(t) \quad (1a)$$

$$\text{avec } \Psi_1(t) = \sum_{i=1}^{n_1} w_{li} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{li}}\right)$$

$$\tau_{li} = \frac{\eta_i}{w_{li} G_g}$$

G_g = module de cisaillement instantané

G_e = module de cisaillement différé = 0

Le module de relaxation volumique s'écrit :

$$K(t) = 3K_e - (3K_e - 3K_g)\Psi_2(t) \quad (1b)$$

$$\text{avec } \Psi_2(t) = \sum_{i=1}^{n_2} w_{2i} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{2i}}\right)$$

$$\tau_{2i} = \frac{\eta_i}{w_{2i}K_g}$$

K_g = module volumique instantané

K_e = module volumique différé

II.1.b. Influence de la température

Pendant la trempe, le verre balaye une large plage de température : 600 à 20 °C. Le modèle de comportement doit donc prendre en compte l'évolution des caractéristiques avec la température. Quand sa structure est stabilisée, le verre est un matériau thermo-rhéologiquement simple. Le matériau présente les mêmes comportements à différentes températures. Seule la vitesse des mécanismes micro-structuraux de réorganisation varie avec la température. Une fonction de relaxation (Ψ_{iT}) peut être déterminée à n'importe quelle température (T) si elle est connue à une température de référence (T_{ref}) [3]. L'influence de la température est introduite au moyen du temps réduit (ξ) défini par :

$$\Psi_{iT}(t) = \Psi_{iT_{ref}}(\xi) \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (2)$$

Les poids w_{1i} et w_{2i} , définis dans $G(t)$ (1a) et $K(t)$ (1b), sont constants avec la température. Une loi d'Arrhenius permet une description correcte de la dépendance des temps de relaxation avec la température [4] [5].

$$\xi(t, T) = \int_0^t \frac{\tau_{ref}}{\tau(T, t')} dt' = \int_0^t \Phi(T(t')) dt' \quad (3)$$

$$\text{avec } \ln(\Phi(T)) = -\frac{H}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right)$$

H = énergie d'activation

R = constante des gaz parfaits

II.1.c. Relaxation structurale

Pendant la trempe, pour des températures proches de la température de transition, la structure du verre n'est pas stabilisée. L'influence de la vitesse de variation de la température est visible sur la

courbe de variation du volume spécifique avec la température (Figure 2). Ainsi, le verre peut avoir plusieurs états pour la même température en fonction de la vitesse de refroidissement. C'est la relaxation structurale qui est incluse dans le modèle de Narayanaswamy [4] [6] [7].

La température fictive (T_f) est introduite [8] pour prendre en compte l'état de la structure du verre. Une fonction réponse (M_v) est définie par (Figure 2) :

$$M_v(t) = \frac{V(t) - V_{\infty,2}}{V_{0,2} - V_{\infty,2}} = \frac{T_f - T_2}{T_1 - T_2} \quad (4)$$

avec $T_1 - T_2 =$ saut de température

$T_f =$ température fictive à T

$V =$ volume spécifique instantané

$V_{0,2} =$ volume spécifique juste après la variation de température

$V_{\infty,2} =$ volume d'équilibre à T

$M_v(t)$ peut être considérée comme la fonction de relaxation du volume. Sa dépendance avec la température est prise en compte grâce au temps réduit ($\xi(t)$). La température fictive est définie par :

$$T_f(t) = T(t) - \int_0^t M_v[\xi(t) - \xi(t')] \frac{dT(t')}{dt'} dt' \quad (5)$$

Par analogie avec la relaxation visqueuse, la fonction réponse est décrite avec une série de Prony :

$$M_v(\xi) = \sum_{i=1}^n C_i \exp\left(-\frac{\xi}{\lambda_i}\right) \quad (6)$$

Les temps de relaxation structurels (λ_i) sont considérés comme proportionnels aux temps de relaxation en cisaillement. Une courbe dilatométrique permet d'obtenir le coefficient de proportionnalité qui est égal à 9 [9].

L'introduction de la dépendance de la viscosité avec l'état de la structure conduit à des variations très faibles des contraintes résiduelles [5]. Elle n'est pas considérée dans les simulations éléments finis présentées. Mais, la dépendance de la densité avec l'état de la structure a une influence beaucoup plus significative sur les contraintes résiduelles. Elle est introduite grâce aux variations du coefficient de dilatation thermique avec la température.

$$\varepsilon_{th} = \beta_g(T(t) - T_f(t)) + \beta_1(T_f(t) - T_0) \quad (7)$$

avec β_g = coefficient de dilatation thermique du verre solide

β_l = coefficient de dilatation thermique du verre liquide

T_0 = température initiale

Un coefficient de dilatation thermique instantané ($\beta(T)$) est défini par :

$$\beta(T) = \frac{\Delta \varepsilon_{th}}{\Delta T} = \beta_g + (\beta_l - \beta_g) \frac{\Delta T_f}{\Delta T} \quad (8)$$

II.1.d. Caractéristiques du verre

Les données suivantes concernent le verre silico-sodo calcique et sont issues de la littérature :

module d'Young [1] : $E = 7.1010 \text{ Pa}$

coefficient de Poisson [1] : $\nu = 0,22$

les caractéristiques viscoélastiques [1] : Tableau 1

les caractéristiques de la relaxation structurale [9] : Tableau 2

coefficient de dilatation thermique [10] : $\beta_g = 9.10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ $\beta_l = 25.10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

La conductivité thermique et la chaleur spécifique sont des caractéristiques variant avec la température :

conductivité thermique (en $\text{W} / \text{m.K}$ avec T en $^\circ\text{C}$) [11] : $\lambda = 0,975 + 8,58.10^{-4} T$

chaleur spécifique (en $\text{J} / \text{kg.K}$ avec T en K) [9]

$C_{p,l} = 1433 + 6,5.10^{-3} T$ verre liquide ($T > T_g = 850 \text{ K}$)

$C_{p,s} = 893 + 0,4 T - 1,8.10^{-7} / T^2$ verre solide ($T < T_g$)

II.2. Modélisation par éléments finis

Des travaux antérieurs se sont intéressés au calcul des contraintes résiduelles de trempe au milieu de plaques fines (6,1 mm d'épaisseur) [4] [5] [12]. Ce travail concerne les plaques épaisses (19 mm d'épaisseur) utilisées pour les structures du bâtiment. Ces plaques sont chargées dans leur plan. L'origine de rupture est située sur les bords. Les contraintes transitoires et résiduelles sont calculées au milieu et au bord de la plaque grâce au code aux éléments finis MARC [13] [14].

II.2.a. Maillage et conditions aux limites

Le problème à résoudre ne dépend pas de la variable z car la plaque peut être considérée comme infinie dans cette direction (Figure 3). Des éléments tridimensionnels sont utilisés pour prendre en compte les déformations d'origine thermique suivant z . Le maillage est plus fin dans les zones de forte variation des contraintes : dans l'épaisseur de la plaque (suivant x) et près des bords (suivant y).

La trempe est considérée comme uniforme sur toute les surfaces de la plaque. Les conditions limites mécaniques sont des conditions de symétrie (seul le huitième de la plaque est étudié). Les conditions limites thermiques modélisant le soufflage par jets d'air sont trois convections forcées appliquées sur les faces extérieures (Figure 3). Chacune d'entre elles est caractérisée par un coefficient de transfert thermique ($h_1, h_2 = h_3$) et par la température de l'air soufflé ($T_{\text{ext}} = 20 \text{ °C}$). La plaque est supposée être à température uniforme ($T_0 = 620\text{°C}$) au début du refroidissement.

II.2.b. Identification des coefficients de transfert thermique

Les coefficients de transfert thermique h_1 et h_2 sont identifiés par comparaison des résultats des simulations avec des mesures optiques [15] [16] [17] [18].

L'état de contrainte résiduel est quasi-uniforme à l'intérieur de la plaque mais un gradient de contraintes important est présent au bord en raison de la condition de contrainte normale nulle au bord.

"L'Epibiascope" est utilisé pour obtenir les contraintes de surface ($\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$). Ces mesures effectuées en différents points éloignés du bord de la plaque permettent l'identification de h_1 :

contrainte moyenne mesurée : 120,4 MPa

écart-type = 4,9 MPa

h_1 identifié = 135 W/m².K

Le compensateur de Babinet permet de mesurer la différence de chemin optique dans l'épaisseur de la plaque. Elle est proportionnelle à l'intégrale dans l'épaisseur (e) de la différence des contraintes principales ($\frac{1}{e} \int (\sigma_{yy} - \sigma_{zz}) dx$). Des mesures sont réalisées près du bord (à 1,5 mm du bord à cause du chanfrein) pour identifier h_2 (Figure 4).

contrainte moyenne mesurée à 1,5 mm du bord = 72,0 MPa

écart-type = 3,3 MPa

h_2 identifié = 115 W/m².K

Des mesures sont également réalisées à différentes distances du bord. La comparaison des résultats des mesures et des résultats des simulations numériques (Figure 4) permet de valider la méthode.

II.2.c. Contraintes transitoires et résiduelles

Lors de la trempe, la surface se refroidit plus vite que le coeur de la plaque (Figure 5). Le gradient thermique dans l'épaisseur associé aux variations du comportement visqueux et du coefficient de dilatation thermique avec la température provoquent l'apparition de contraintes au cours du traitement.

Au début du refroidissement, la surface se contracte plus vite que le coeur. Elle entraîne le coeur en compression et se trouve en traction par équilibre. La traction de surface, particulièrement importante au coin de la plaque, peut provoquer la rupture de l'élément. Quand la température de surface passe en dessous de la température de transformation, la surface se fige et le coeur de la plaque encore liquide continue à se contracter. Il entraîne la surface en compression et se trouve en traction par équilibre (Figure 6).

Au milieu de la plaque, les contraintes ($\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$) ont une forme parabolique dans l'épaisseur. La surface est en compression avec une contrainte deux fois plus élevée en valeur absolue que la traction au coeur de la plaque (Figure 7). La contrainte résiduelle au bord de la plaque (σ_{zz}) est pratiquement constante dans l'épaisseur.

III. ETUDE DE LA RUPTURE

Nous nous intéressons à la rupture du verre recuit. Le verre est un matériau fragile sensible aux défauts. La contrainte de rupture d'un élément macroscopique en tension se situe entre 30 et 100 MPa, alors qu'une fibre microscopique a une résistance en traction de l'ordre de 20 GPa. Griffith [19] a expliqué cette différence par la présence de micro-fissures. L'influence des défauts volumiques pouvant être négligée, la résistance dépend de l'état de surface. Les éléments en verre utilisés pour les structures du bâtiment sont chargés dans leur plan. L'origine de rupture se situe sur les bords. Il apparaît donc nécessaire de déterminer les paramètres de rupture caractéristiques des bords polis

pour pouvoir prédire la résistance d'éléments en verre trempé. La dimension des défauts sur les bords est de l'ordre de 10 μm . La rupture est gouvernée par leur propagation et par leur distribution.

III.1. Modèle statistique

Le modèle de Weibull permet une analyse statistique de la rupture des matériaux fragiles [20] présentant une distribution aléatoire des défauts. Il est fondé sur la théorie du maillon le plus faible.

La probabilité de rupture (P_f) s'écrit :

$$P_f = 1 - \exp \left[- \frac{1}{S_0} \int_S \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (9)$$

avec S_0 = surface unitaire
 S = surface présentant des défauts (bord)
 σ = contrainte appliquée
 σ_u = contrainte seuil (pour $P_f = 0$)
 m, σ_0 = paramètres de Weibull

Ce modèle prend en compte l'effet d'échelle (un élément de grande dimension a une résistance plus faible qu'un petit élément), et l'effet de la distribution des contraintes (un élément en traction a une résistance plus faible qu'un élément en flexion 4 points et qu'un élément en flexion 3 points).

Les paramètres de Weibull dépendent du matériau mais aussi de la vitesse de chargement à cause de la fissuration sous-critique.

III.2. Fissuration sous-critique

La résistance du verre dépend de la vitesse et de la durée de chargement. Ce phénomène, appelé aussi "fatigue statique", a été mis en évidence par Grenet en 1899 [21]. Il n'est pas observé dans le vide car il est dû à la présence d'eau en fond de fissure [22].

La rupture due à la propagation des défauts à partir des bords peut être modélisée au moyen des facteurs d'intensité des contraintes en mécanique linéaire élastique de la rupture. Le verre étant un matériau fragile, le mode de rupture peut être considéré comme le mode I pur. La vitesse de fissuration en fonction du facteur d'intensité des contraintes pour différentes conditions d'humidité [23] est donnée Figure 8. Evans a proposé une loi puissance pour décrire la fissuration sous-critique [24] :

$K_I < K_{Ith}$	pas de propagation	
$K_{Ith} < K_I < K_{Ic}$	fissuration sous-critique	$v = AK_I^n$ (10)
$K_{Ic} < K_I < K_{Icb}$	propagation brutale de la fissure	
$K_I = K_{Icb}$	bifurcation de fissure	

avec K_I = facteur d'intensité des contraintes en mode I

K_{Ith} = facteur d'intensité des contraintes seuil

K_{Ic} = facteur d'intensité des contraintes critique

K_{Icb} = facteur d'intensité des contraintes de bifurcation

v = vitesse de fissuration

A, n = paramètres

III.3. Essais d'identification

Des petits éléments présentant des bords polis industriellement sont testés en flexion 4 points avec différentes vitesses de chargement. L'objectif de ces essais est l'identification des paramètres de Weibull pour le polissage et le verre étudié en prenant en compte l'effet de la fissuration sous-critique.

III.3.a. Description des essais

Les éprouvettes sont de petits barreaux en verre recuit silico-sodo calcique (Figure 9). Ils sont testés en flexion 4 points à vitesse de chargement constante (0,5 et 0,05 MPa/s).

Une instrumentation appropriée permet la mesure de la force appliquée ainsi que la mesure de la flèche maximale au milieu de l'élément.

III.3.b. Résultats

La courbe type obtenue, contrainte-déformation, montre clairement le comportement élastique fragile parfait du verre (Figure 10).

Les valeurs des contraintes de rupture peuvent être regroupées sur la courbe de probabilité de rupture en fonction de la contrainte appliquée pour chaque vitesse de chargement (Figure 11). Les courbes montrent la grande dispersion des résistances. Ainsi, pour la vitesse de chargement de 0,5

$$\text{MPa/s, on obtient : } \begin{aligned} \sigma_{\text{minimale}} &= 30,3 \text{ MPa} \\ \sigma_{\text{moyenne}} &= 45,4 \text{ MPa} \\ \sigma_{\text{maximale}} &= 51,5 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Cela prouve bien la nécessité d'une analyse statistique de la rupture car la résistance de ces éléments ne peut pas être définie de manière déterministe.

III.3.c. Détermination des paramètres de Weibull

A partir des courbes de la probabilité de rupture en fonction de la contrainte appliquée, les paramètres de Weibull peuvent être identifiés pour chaque vitesse de chargement. Nous utilisons la méthode de la vraisemblance maximale (Figure 12).

III.3.d. Mise en évidence de l'effet de vitesse

L'effet de la vitesse de chargement est clairement visible sur la Figure 11. Les deux courbes de probabilité de rupture en fonction de la contrainte appliquée sont nettement décalées pour les deux vitesses de chargement.

L'association de la loi de Weibull et de la loi de vitesse de fissuration (loi d'Evans) permet de prendre en compte l'effet de la fissuration sous-critique dans l'analyse statistique [25] [26]. Les paramètres apparents de Weibull dépendent de la vitesse de chargement et de l'environnement. On définit les paramètres intrinsèques caractéristiques du matériau (m^* , σ_0^*) indépendants des conditions de mise en charge. Pour un chargement à vitesse constante, la probabilité de rupture s'écrit en fonction des paramètres statistiques intrinsèques de Weibull et des paramètres de la fissuration sous-critique :

$$\begin{aligned}
 P_f &= 1 - \exp \left[- \int_S \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dS \right] \\
 &= 1 - \exp \left[- \int_S \left(\frac{\sigma}{\sigma_0^*} \right)^{\frac{nm^*}{n-2}} \left(\frac{t_f}{t_0} \right)^{\frac{m^*}{n-2}} \left(\frac{1}{n+1} \right)^{\frac{m^*}{n-2}} dS \right]
 \end{aligned} \tag{11}$$

avec m , σ_0 = paramètres apparents de Weibull

m^* , σ_0^* = paramètres intrinsèques de Weibull

A , n = paramètres de la loi d'Evans

t_f = durée de vie

σ = contrainte appliquée

$$t_0 = \frac{2}{n-2} \frac{1}{AY^2 K_{IC}^{n-2}} \sigma_0^{*2}$$

Y = facteur de forme

La prédiction pour la deuxième vitesse de chargement est alors possible (Figure 13).

IV. RESISTANCE D'ELEMENTS EN VERRE TREMPE

Les simulations numériques de la trempe du verre ont permis de connaître l'état de contrainte résiduel d'une plaque épaisse. Les essais sur les petits éléments en verre recuit ont servi à déterminer les paramètres statistiques de rupture du verre étudié.

La résistance d'éléments en verre trempé est maintenant prédite en associant les deux analyses précédentes. Des essais à rupture sur de grands éléments en verre trempé sont destinés à valider la prédiction réalisée.

IV.1. Méthode de superposition

Pour pouvoir prédire la résistance d'éléments en verre trempé, deux hypothèses sont faites :

- les contraintes résiduelles de trempe sont connues de manière déterministe. Cela est confirmé par les mesures optiques réalisées sur plusieurs plaques trempées dans les mêmes conditions. Les mesures présentent un faible écart-type aussi bien pour plusieurs points d'une même plaque que pour des plaques différentes.
- La distribution des défauts de surface n'est pas affectée par le traitement de trempe. Les éléments de verre présentent des contraintes de traction en surface au début du refroidissement pouvant provoquer la propagation des défauts préexistants.

Avec ces deux hypothèses, la méthode de superposition permet d'écrire :

$$\begin{aligned} & \textbf{Résistance du verre trempé} \\ & = \\ & \textbf{résistance du verre recuit + contrainte résiduelle de trempe à l'origine de rupture} \end{aligned}$$

IV.2. Essais sur de grands éléments en verre et validation

Des essais à rupture sont réalisés sur de grands éléments en verre recuit et trempé (2000x300x19 mm³). Les tests sur verre recuit sont destinés à valider l'effet d'échelle du modèle de Weibull, ceux sur verre trempé servent à valider la méthode de superposition proposée pour le calcul de la résistance d'éléments en verre trempé. Le montage expérimental, présenté sur la Figure 14, garantit l'application de la charge dans le plan des éléments.

Les paramètres statistiques déterminés grâce aux essais sur les petits barreaux de verre recuit permettent de calculer la contrainte de rupture de grands éléments en verre recuit associée à une probabilité de rupture. Ces valeurs peuvent être comparées aux contraintes de rupture obtenue par les essais (3 tests).

L'effet d'échelle est clairement mis en évidence par comparaison avec les valeurs obtenues sur petits éléments. La comparaison de la moyenne expérimentale avec celle prédite est délicate en raison du faible nombre de tests.

Les simulations de trempe donnent la contrainte minimale de compression sur la tranche : 98,7 MPa. Alors, en appliquant la méthode de superposition, on obtient la contrainte de rupture de grand éléments trempés pour une probabilité de rupture donnée. Ces valeurs peuvent être comparées aux contraintes de rupture obtenue par les essais (2 tests) :

Même si le nombre des essais est faible, ces résultats sont concordants et semblent valider la méthode de superposition pour évaluer la résistance d'éléments en verre trempé.

V. CONCLUSION

La simulation de la trempe thermique du verre silico-sodo-calcique par la méthode des éléments finis fournit l'état de contrainte résiduel d'une plaque. La contrainte sur le bord, inaccessible par moyens optiques, est alors connue. La comparaison des calculs avec les mesures optiques valide le modèle de Narayanaswamy pour décrire le comportement thermo-mécanique du verre et la modélisation éléments finis.

Les essais sur petits barreaux en verre recuit permettent la détermination des paramètres statistiques de la rupture du verre recuit et la mise en évidence de l'effet de la vitesse de chargement. La loi probabiliste de Weibull est utilisée. Elle permet de prendre en compte l'effet d'échelle et l'effet de la distribution des contraintes.

Grâce aux résultats des deux modélisations précédentes, la méthode de superposition donne la résistance d'éléments en verre trempé. Ces prédictions sont comparées avec les résultats d'essais sur grandes poutres en verre trempé. L'accord est assez satisfaisant même si le nombre d'essais est faible.

Ainsi, nous avons présenté une méthode permettant de déterminer la résistance de grands éléments en verre trempé avec quelques essais sur de petits éléments en verre recuit et quelques mesures optiques sur les éléments trempés.

Références bibliographiques

- [1] L. DUFFRENE, Comportement viscoélastique d'un verre silico-sodocalcique dans le domaine des températures intermédiaires, Thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris (1994).
- [2] R. GY, L. DUFFRENE and M. LABROT, *J. Non-Cryst. Solids*, 175 (1994) 103-117.
- [3] F. SCHWARZL and A.J. STAVERMAN, *J. Applied Physics*, 23-8 (1952).
- [4] O.S. NARAYANASWAMY, *J. Am. Ceramic Society*, 61-3 (1978) 146-152.
- [5] R. GARDON, Thermal tempering of glass in *Glass: Science and Technology*, ed. D. R. Uhlmann et N. J. Kreidl. (Academic Press, 1980).
- [6] O.S. NARAYANASWAMY and R. GARDON, *J. Am. Ceramic Society*, 52-10 (1969) 554-558.
- [7] O.S. NARAYANASWAMY, *J. Am. Ceramic Society*, 54-10 (1971) 491-498.
- [8] A.Q. TOOL, *J. Am. Ceramic Society*, 29 (1946) 240-253.
- [9] C. GUILLEMET, R. GY and M. LABROT, Viscosity, Configurational Entropy and Structural Relaxation of Silica-Soda-Lime Glass, in: XVI^e Congrès International du Verre, Madrid, Spain, October 4-9 1992.
- [10] SAINT-GOBAIN RECHERCHE, Private communication.
- [11] S. ANDRE, Identification de la Diffusivité Phonique du Verre par Méthode Flash de 20°C à 500°C, Thesis, Institut National Polytechnique de Nancy (1992).
- [12] M.A. BURKE, T.F. SOULES, R.F. BUSBEY and S.M. KHESON, *J. Am. Ceramic Society*, 70-2 (1987) 90-95.
- [13] H. CARRE and L. DAUDEVILLE, Finite element calculation of stresses in tempered glass, in: 1st International Symposium on Thermal Stresses and Related Topics, Hamamatsu, Japan, June 5-7 1995.
- [14] H. CARRE and L. DAUDEVILLE, *J. de Physique IV*, Colloque C1, supplément au *J. de Physique III*, 6 (1996) 175-185.

- [15] V. NOVOTNY, Verres et réfractaires, 35-5 (1981).
- [16] C. GUILLEMET and P. ACLOQUE, Nouvelles méthodes optiques de détermination des contraintes au voisinage des surfaces des milieux transparents, in: 2nd Conference des analyses des contraintes, Paris, France, April 11-14 1962.
- [17] A.S. REDNER, Glass Digest, june 15, 1994.
- [18] N.K. SINHA, Experimental Mechanics, 18-1 (1978) 25-34.
- [19] A. GRIFFITH, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, 221 (1920) 163-198.
- [20] W.A. WEIBULL, J. Appl. Mech., 18 (1951) 293.
- [21] L. GRENET, Bull. Soc. Enc. Nat. Paris (serie 5), 4 (1899) 838-848.
- [22] T.A. MICHALSKE and S.W. FREIMAN, J. Am. Ceramic Society, 66-4 (1983) 284-288
- [23] S.M. WIEDERHORN, J. Am. Ceramic Society, 50-8 (1967) 407-417
- [24] A.G. EVANS, Int. J. Fracture, 10-2 (1974) 251-259
- [25] H. CARRE, Etude d'un matériau fragile précontraint: le verre trempé, Thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1996.
- [26] HELFINSTINE J. D, J. Am. Ceram. Soc., 1980, vol. 63, p 425

Liste des figures et tableaux

- Figure 1 :** Modèle généralisé de Maxwell pour la partie déviatorique (a) et la partie volumique (b)
- Figure 2 :** Variations du volume spécifique avec la température et définition de la température fictive (T_f)
- Figure 3 :** Modèle éléments finis
- Figure 4 :** Variations de l'intégrale de la différence des contraintes principales en fonction de la distance au bord mesurées et calculées
- Figure 5 :** Variations de la température en fonction du temps au milieu et au bord de la plaque
- Figure 6 :** Variations de la contrainte s_{zz} en fonction du temps au milieu et au bord de la plaque
- Figure 7 :** Variations dans l'épaisseur d'une plaque épaisse de s_{zz} au milieu et au bord de la plaque
- Figure 8 :** Vitesse de fissuration en fonction de K_I pour différents environnements [9]
- Figure 9 :** Schéma de l'essai et vue de l'élément testé
- Figure 10 :** Courbe contrainte-déformation obtenue lors des essais
- Figure 11 :** Probabilité de rupture P_f en fonction de la contrainte appliquée pour les deux vitesses
- Figure 12 :** Probabilité de rupture P_f en fonction de la contrainte appliquée et lois de Weibull identifiées
- Figure 13 :** Prédiction de la loi de Weibull pour la première vitesse
- Figure 14 :** Demi-perspective du montage d'essai
- Figure 15 :** Courbes contrainte/déformation obtenues avec la mesure de la flèche et de déformations
-
- Tableau 1 :** Relaxation visqueuse - poids et temps de relaxation
- Tableau 2 :** Relaxation structurale - poids et temps de relaxation
- Tableau 3 :** Rupture de grandes poutres en verre recuit : Prédiction et expérimentation
- Tableau 4 :** Rupture de grandes poutres en verre trempé : Prédiction et expérimentation

Figures

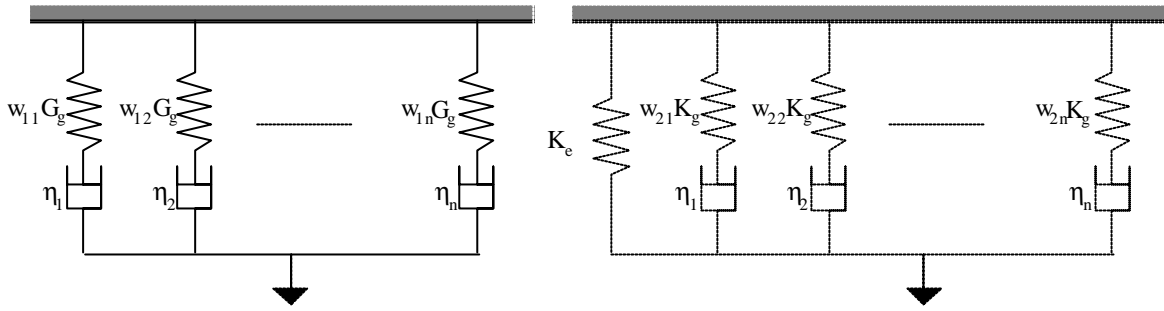


Figure 1 : Modèle généralisé de Maxwell pour la partie déviatorique (a) et la partie volumique (b)

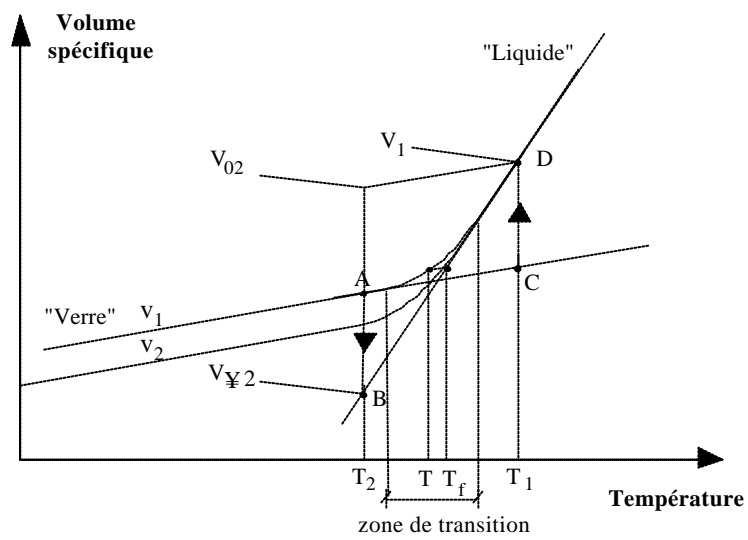


Figure 2 : Variations du volume spécifique avec la température et définition de la température fictive

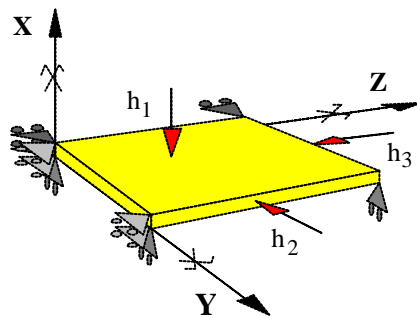


Figure 3 : Modèle éléments finis

Intégrale de la différence des contraintes principales (MPa)

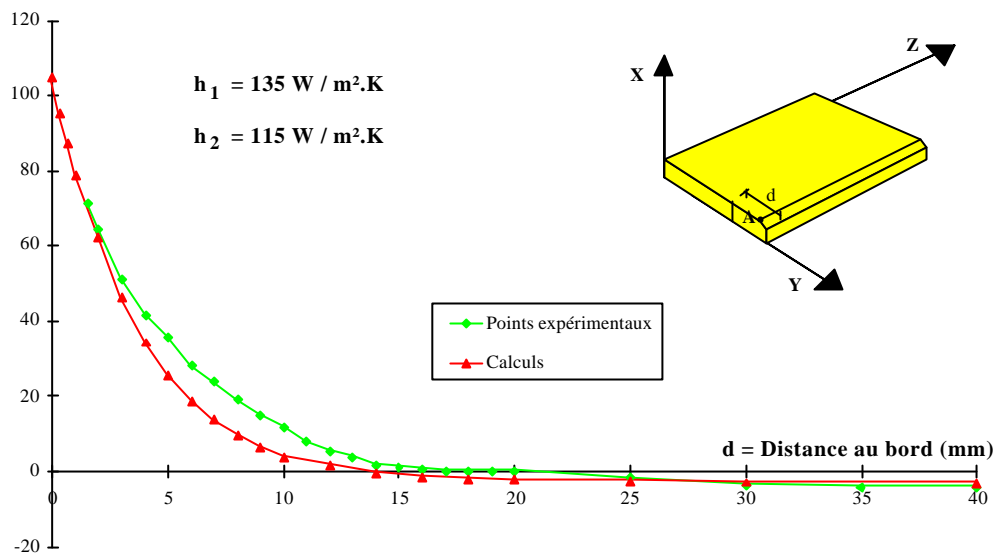


Figure 4 : Variations de l'intégrale de la différence des contraintes principales en fonction de la distance au bord mesurées et calculées

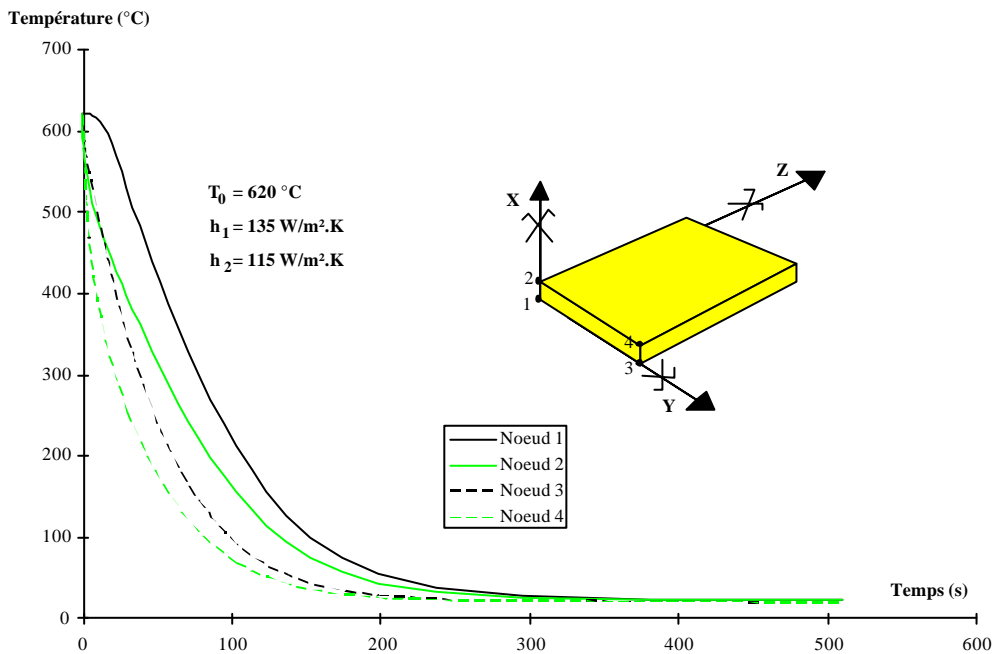


Figure 5 : Variations de la température en fonction du temps au milieu et au bord de la plaque

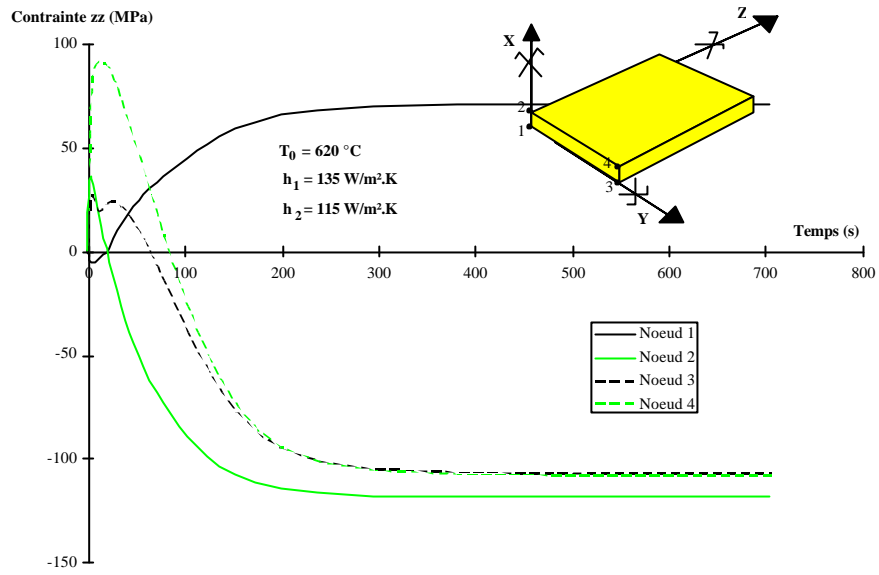


Figure 6 : Variations de la contrainte σ_{zz} en fonction du temps au milieu et au bord de la plaque

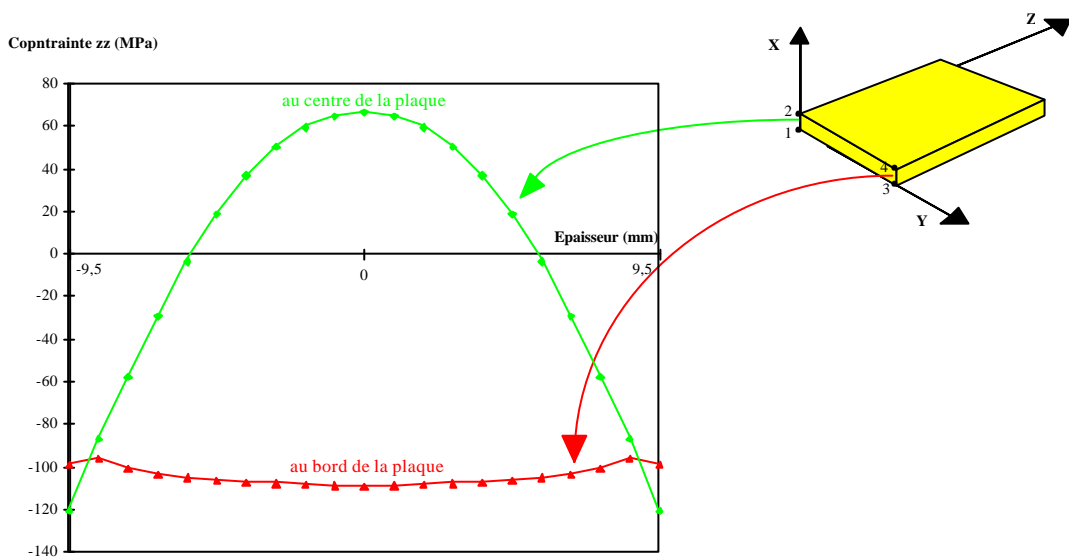


Figure 7 : Variations dans l'épaisseur d'une plaque épaisse de σ_{zz} au milieu et au bord de la plaque

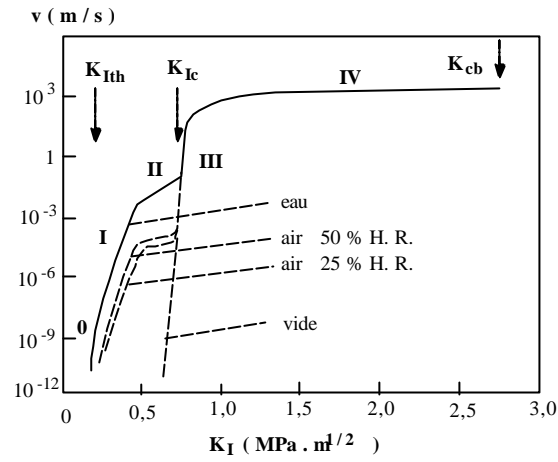


Figure 8 : Vitesse de fissuration en fonction de K_I pour différents environnements

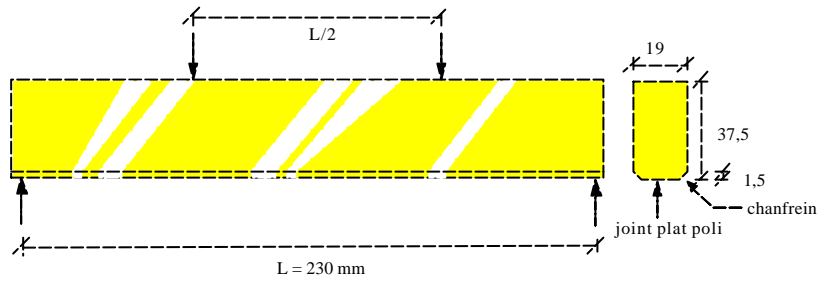


Figure 9 : Schéma de l'essai et vue de l'élément testé

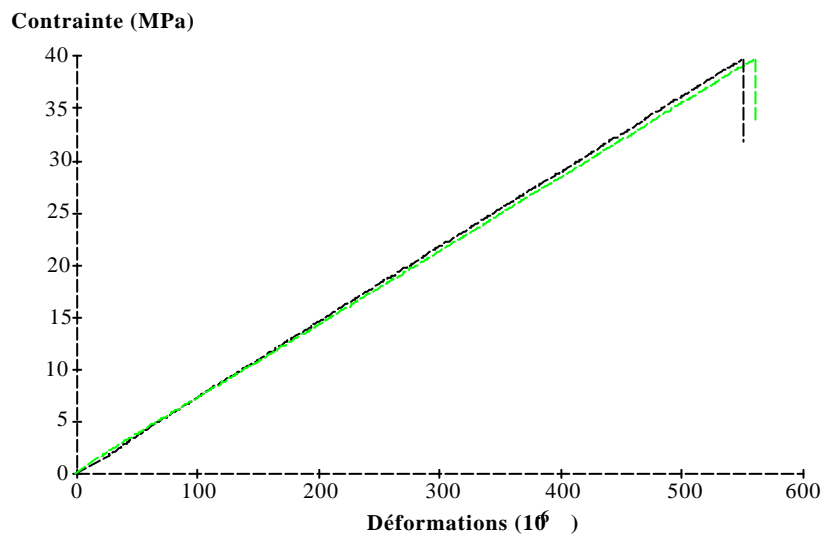


Figure 10 : Courbe contrainte-déformation obtenue lors des essais

Probabilité de rupture

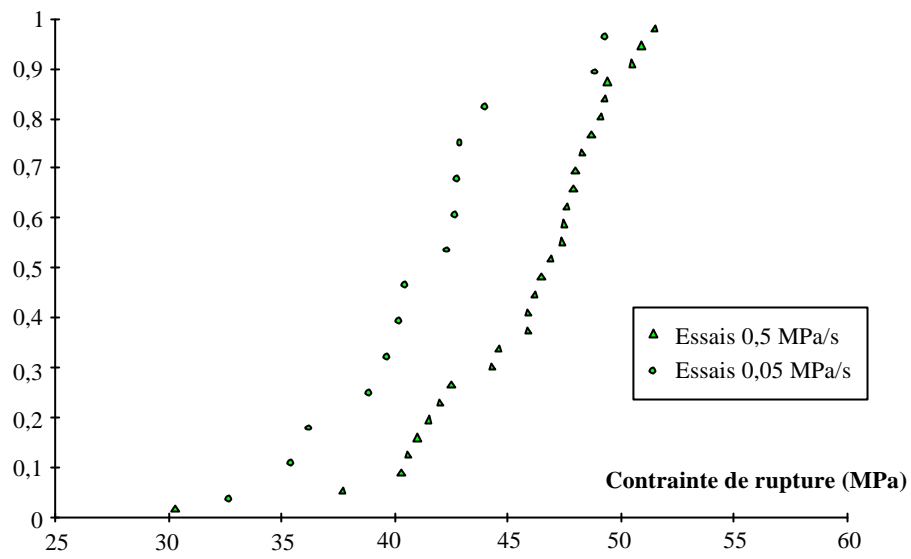


Figure 11 : Probabilité de rupture P_f en fonction de la contrainte appliquée pour les deux vitesses

Probabilité de rupture

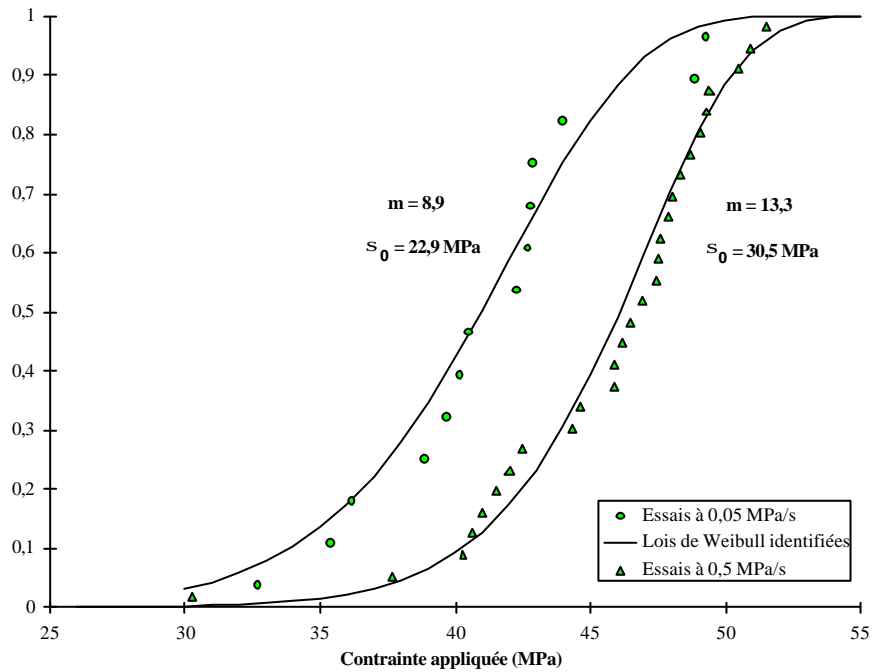


Figure 12 : Probabilité de rupture P_f en fonction de la contrainte appliquée et lois de Weibull identifiées

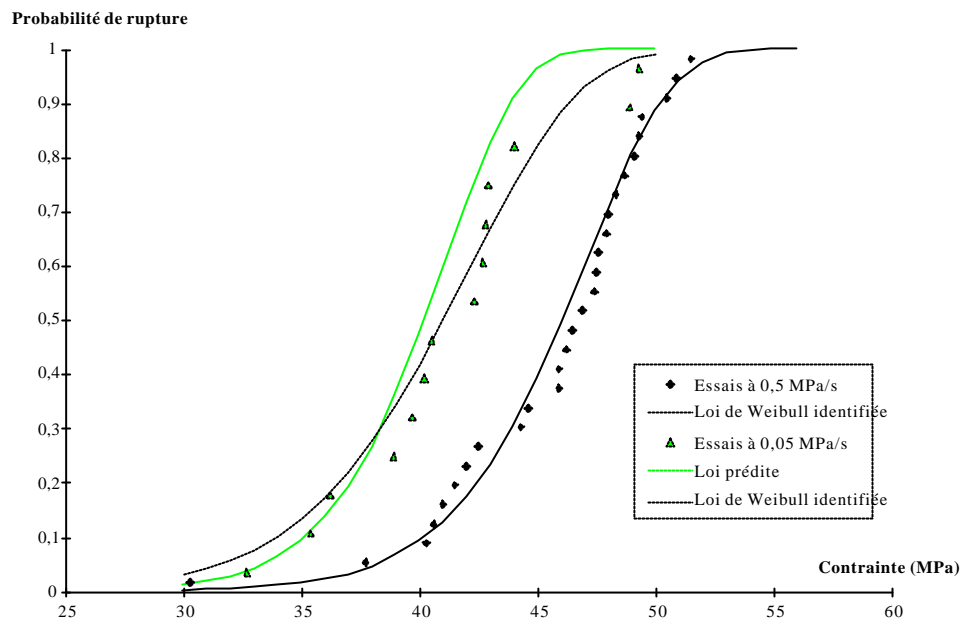


Figure 13 : Prédiction de la loi de Weibull pour la première vitesse

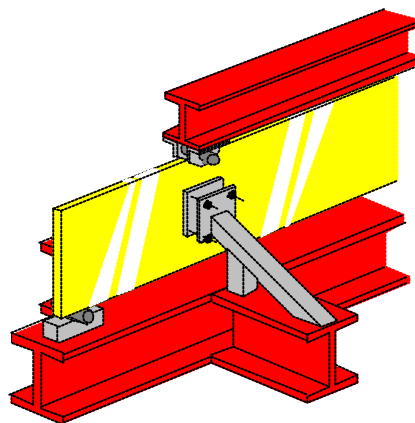


Figure 14 : Demi-perspective du montage d'essai

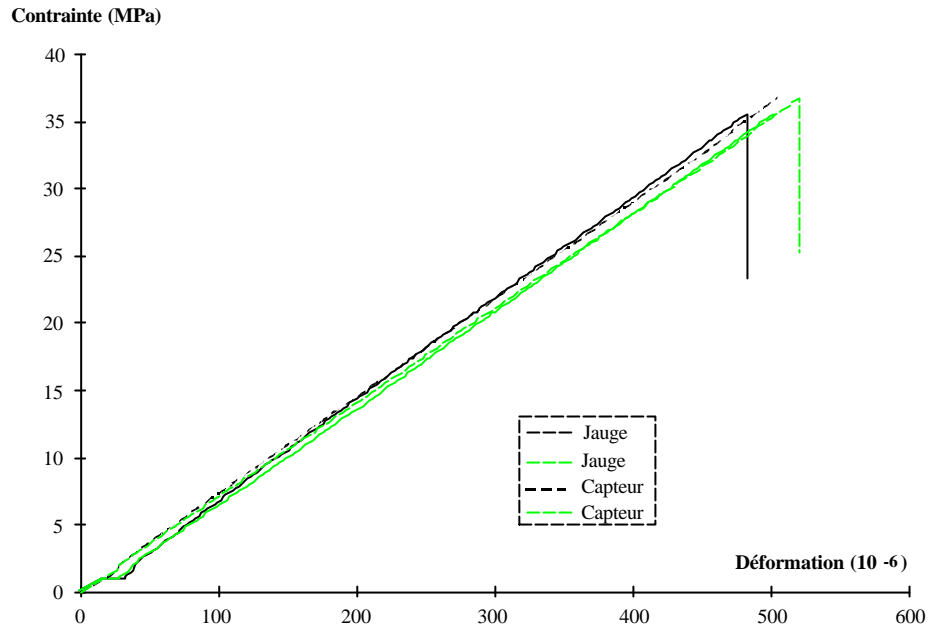


Figure 15 : Courbes contrainte/déformation obtenues avec la mesure de la flèche et de la déformation

Tableaux

Tableau 1 : Relaxation visqueuse - poids et temps de relaxation

$T_{ref} = 864 \text{ K}$ et $K_e / K_g = 0,18$

$w_{1i}G_g$ (GPa)	1,5845	2,3539	3,4857	6,5582	8,2049	6,4980
τ_{1i} (s)	$6,658 \cdot 10^{-5}$	$1,197 \cdot 10^{-3}$	$1,514 \cdot 10^{-2}$	$1,672 \cdot 10^{-1}$	$7,497 \cdot 10^{-1}$	3,292
$w_{2i}K_g$ (GPa)	0,7588	0,7650	0,9806	7,301	13,47	10,896
τ_{2i} (s)	$5,009 \cdot 10^{-5}$	$9,945 \cdot 10^{-4}$	$2,022 \cdot 10^{-3}$	$1,925 \cdot 10^{-2}$	$1,199 \cdot 10^{-1}$	2,033

Tableau 2 : Relaxation structurale - poids et temps de relaxation

C_i	$5,523 \cdot 10^{-2}$	$8,205 \cdot 10^{-2}$	$1,215 \cdot 10^{-1}$	$2,286 \cdot 10^{-1}$	$2,860 \cdot 10^{-1}$	$2,265 \cdot 10^{-1}$
λ_i (s)	$5,965 \cdot 10^{-4}$	$1,077 \cdot 10^{-2}$	$1,362 \cdot 10^{-1}$	1,505	6,747	29,63

Tableau 3 : Rupture de grandes poutres en verre recuit : Prédiction et expérimentation

	Prédiction		Tests
$P_f=0,2$	$\sigma_{rupt} = 32,2 \text{ Mpa}$	$\sigma_1 = 25,5 \text{ MPa}$	
moyenne	$\sigma_{rupt} = 34,6 \text{ Mpa}$	$\sigma_2 = 31,7 \text{ MPa}$	$\sigma_{moyenne} = 31,3 \text{ Mpa}$
$P_f=0,8$	$\sigma_{rupt} = 37,3 \text{ MPa}$	$\sigma_3 = 36,7 \text{ MPa}$	

Tableau 4 : Rupture de grandes poutres en verre trempé : Prédiction et expérimentation

	Prédiction		Tests
$P_f=0,2$	$\sigma_{rupt} = 130,9 \text{ Mpa}$		
moyenne	$\sigma_{rupt} = 133,3 \text{ Mpa}$	$\sigma_1 = 118,6 \text{ Mpa}$	$\sigma_{moyenne} = 126,8 \text{ MPa}$
$P_f=0,8$	$\sigma_{rupt} = 136,0 \text{ MPa}$	$\sigma_2 = 135,1 \text{ MPa}$	