

The presentation of my research work below is split into four parts:

- “Présentation thématique abrégée”, p. 30, in french, is a short thematic overview;
- “Mise en perspective”, p. 33, in french, intends to order the different parts of my research work in a global project;
- “Perspective”, p. 38, in english, is an extended version of the above;
- “Current and future directions”, p. 49, in english, describes the development of an original multidisciplinary field research that I have undertaken two years ago.

Most of the time, I try to keep a low profile, just as an impartial referee. The french text is a factual report, presuming that publication in top journals is a convincing proof of originality.

The english text is more complete, and I advise the reader to go there directly, although the french presentation is sometimes slightly different. Here and there, the discourse is a bit more passionate. The more vigorous presentation may be due to the belief that the approach developed is much **simpler** and **clearer** than earlier or later works by others. Let me give just a few instances:

- the definition of strain localisation in fluid-saturated porous media [59];
- a regularisation method for strain localisation in solids [48] and fluid-saturated porous media [51] by a visco-plasticity *à la Duvaut-Lions* (and not *à la Perzyna* !);
- an alternative regularisation method of strain localisation and flutter ill-posedness in fluid-saturated porous media by the appropriate insertion of an internal length-scale in the constitutive equations of the drained skeleton [113];
- constitutive equations for unsaturated porous media based on the effective stress concept [26],[29];
- a general framework including coupling between electrical, chemical and mechanical aspects that series and clarifies the relations between mechanical, diffusion and mass transfers constitutive equations for sensitive clays [15],[16];

Alternatively, the presentation might also become more lively when a result is **really new**, as for example, but that is not all,

- the first proof that flutter may develop in fluid-saturated porous media, a possibility already noted by Rice [1976] but not materialised up to then [59];
- the first finite element simulations, with J.H. Prévost, of strain localisation in fluid-saturated porous media, showing so strikingly the distinct roles of solid and fluid [51];
- the double correspondance principle, that reduces the analysis of strain localisation in anisotropic fluid-saturated porous media, to that of isotropic solids, a so neat simplification [69] obtained after collaborations with D. Bigoni and E. Rizzi;
- the first finite element simulations, with A. Gajo and T. Hueckel, of complex mechanical and chemical paths imposed to elastic-plastic sensitive clays, displaying many rich unnoticed features [17] [18].

Capitalizing upon the ideas developed in the modelling of chemo-mechanical of clays, I have started to approach bio-engineering issues where chemo-mechanical effects are of critical importance. The area, closest to my activity in geomechanics, relates in fact to articular cartilage. This is the domain where, so far, I have made interesting advances, and already obtained published papers and presentations [1]-[7].

Getting familiar with the physiological and biochemical aspects of the various facets of chemo-mechanical couplings in the heart muscle has required more patience [13]-[14]. Further progress, for an improved modeling of the cardiac function, hinges on a proper introduction of cardiac metabolism and genomics. Similarly, improvement of the mechanical properties of engineered cartilage revolves on the effect of mechanical loads on the spatial organisation of the constituents of cartilage, and also on the influence of these loads on gene expression.

Mon travail de recherche concerne la modélisation et l'analyse du comportement des matériaux du génie civil : sols et roches partiellement ou totalement saturés d'eau. Je m'intéresse aux conséquences des caractères anisotrope et non-linéaire de ces comportements sous des aspects théoriques et numériques, où sont simulés par diverses méthodes d'éléments finis des problèmes caractéristiques illustrant les phénomènes physiques étudiés.

Ce travail est effectué dans le cadre soit de groupements de recherche CNRS/MENESR/industrie pétrolière soit de coopérations internationales. Je publie mes résultats dans les journaux internationaux qui sont le plus en relation avec le sujet et qui, dans leurs domaines respectifs, ont la meilleure réputation, voir les facteurs d'impact p. 24. Quoique cela ne soit pas rappelé à toute occasion, les résultats décrits ci-dessous prétendent être originaux.

### **Modélisation et instabilités des solides et des milieux poreux [48]-[56], [57]-[63], [64]-[70]**

La rupture des matériaux solides s'effectue typiquement par apparition et développement de zones de faible épaisseur dans lesquelles se concentrent les déformations. D'un point de vue mathématique, ce phénomène se traduit par le changement de nature des équations de champ qui perdant leur caractère hyperbolique ne permettent plus la propagation des informations mécaniques. Le calcul par éléments finis devient alors pathologiquement dépendant du maillage. Pour remédier à cette difficulté, il faut éviter que les équations ne perdent leur hyperbolicité tout en modélisant le phénomène de localisation des déformations. Mon approche est basée sur une régularisation visco-plastique ; elle a l'avantage d'être extrêmement efficace d'un point de vue numérique et j'ai donné des exemples unidimensionnels [48], bidimensionnels [49] et tridimensionnels [52]. Un des autres avantages de la méthode développée est qu'elle peut être appliquée au cas plus complexe mais essentiel, en génie civil, des milieux poreux saturés ou non, avec porosité simple ou multiple, que le squelette solide soit incompressible (sables) ou compressible (roches) [51].

La localisation des déformations est un des deux modes par lesquels les équations de champ perdent leur caractère hyperbolique. Le second mode correspond à l'apparition de vitesses d'onde complexes conjuguées. Ce second mode est probablement à l'origine de certains phénomènes observés dans les silos. J'ai donné des conditions nécessaires et suffisantes portant sur la loi de comportement pour que ce mode puisse apparaître [57]. Les cas des solides anisotropes et des milieux poreux ont également été analysés [69] : les conditions d'apparition de ce mode d'instabilité diffèrent de celles obtenues pour les milieux solides isotropes ; en particulier la condition d'écoulement plastique déviatorique standard ne suffit plus à éliminer son apparition.

Les calculs présentés dans les travaux ci-dessus ont été effectués à l'aide d'un code d'éléments finis développé pour la circonstance et qui traite les sollicitations statiques et dynamiques.

Les difficultés analytiques ont longtemps inhibé l'analyse de la localisation des déformations dans les milieux anisotropes : cependant presque tous les matériaux du génie civil sont à des degrés divers anisotropes. J'ai obtenu récemment un double principe de correspondance qui permet de réduire considérablement les efforts d'analyse : j'ai montré que l'étude de l'initiation de la localisation dans un milieu poreux, saturé totalement ou partiellement, anisotrope dans ses propriétés élastiques et plastiques, se réduit à celle du phénomène dans un certain milieu solide isotrope [59] [69] [70]. Ce résultat s'applique également à un milieu fissuré décrit à l'aide d'une double porosité [68]. Des exemples montrent l'influence considérable des anisotropies sur toutes les caractéristiques de la localisation [64]-[70].

Nous disposons à présent d'outils pour aborder les couplages thermo-hydro-mécaniques qu'il faut examiner dans le contexte des stockages souterrains.

## Géomécanique pour l'environnement [15]-[23]

Il s'agit de développer un modèle de comportement qui permette d'estimer et tester les effets mécaniques d'abord de la non-saturation des sols, puis de la présence de contaminants dans ces sols. Air et contaminants non aqueux ont des influences opposées sur les propriétés mécaniques et physiques telles que compressibilité, perméabilité et résistance limite. En effet, les liquides non mouillants modifient considérablement la tension superficielle et la contrainte effective des sols non saturés.

De nombreuses études analysant les effets des contaminants sur les propriétés de transport des sols ont été réalisées. Je m'intéresse ici essentiellement aux couplages mécaniques. In fine, cette étude doit être utilisée pour l'analyse des déformations et de la stabilité d'ouvrages géotechniques dans lesquels les sols ont été contaminés.

### *Milieus non-saturés* [26]-[31]

Un cadre de travail simple a été développé pour définir le comportement des sols non saturés en tant que milieux à trois phases. Chacune des phases, squelette solide, eau et air, possède ses propres déformations et contraintes. On met l'accent sur les couplages entre phases dans les deux régimes élastique et plastique. La structure simple de la modélisation, à opposer à celle des modèles existants, permet de minimiser le nombre de paramètres à identifier; la courbe de rétention est incorporée dans cette identification. L'élément essentiel de cette modélisation est la contrainte effective dont la définition est examinée avec soin. Les influences couplées de cette contrainte effective et la rigidification due à la succion permettent de représenter les phénomènes typiques des sols non saturés: un comportement plastique avant l'entrée d'air suivi d'un comportement élastique lorsque la succion augmente, et, au retour, un comportement élastique, à moins qu'une compression ne soit appliquée entraînant l'effondrement du squelette.

Ce modèle mécanique a été introduit dans une approche à trois phases (solide, liquide, gas) et quatre constituants (particules solides, eau, vapeur et air sec), en vue d'obtenir une description assez complète de phénomènes qui peuvent se produire autour de zones de stockage de produits radioactifs: déformation d'origine mécanique, expansion thermique, advection (loi de Darcy), diffusion (loi de Fick), conduction de la chaleur (loi de Fourier), changement de phase (vaporisation/condensation), échanges d'énergie entre phases dûs à des températures différentes et autres couplages thermo-hydro-mécaniques [28].

### *Couplages chimio-mécaniques* [15]-[23]

Cette étude, en cours, a pour but de mettre en évidence les influences qualitative et quantitative des couplages électro-chimio-mécaniques dans des milieux dont la microstructure et la composition minéralogique sont sensibles aux propriétés électrochimiques de la solution saturant les pores. L'eau absorbée est la quantité essentielle dont la variation influence le comportement mécanique (le solvant peut en fait être un liquide de constante diélectrique différente de celle de l'eau).

Ces couplages sont classés en deux catégories: ils concernent les relations de comportement d'une part et les lois définissant les flux des constituants de la solution, i.e. solvant et solutés, au travers du squelette solide d'autre part. La complexité des phénomènes est tempérée par une structuration des divers aspects grâce à un cadre thermodynamique qui permet de sérier et coupler les effets mécaniques et chimiques. L'analyse montre que l'on peut négliger les effets électriques pour certaines argiles, dites homoioniques [15]. Les couplages électriques sont toujours importants lorsque le liquide interstitiel contient plus d'un composant ionique, i.e. pour les argiles hétéroioniques [16]. Des modèles de comportement ont été développés et calibrés en vue de simuler les essais de laboratoire disponibles. Des simulations par éléments finis révèlent l'importance des procédures expérimentales sur les résultats mesurés. Ces simulations tiennent compte de la déformabilité du squelette solide élasto-plastique, du transfert d'eau libre/eau absorbée, de la diffusion du fluide interstitiel, du transport advectif et diffusif du contaminant. Les résultats mettent en évidence l'existence d'un front de propagation de l'information chemo-mécanique dû au couplage osmotique et sur lequel la pression interstitielle est négative, entraînant une surconsolidation [17] [18].

### **Endommagement des roches saturées [38]-[39]**

Ce thème est connexe du précédent. Il consiste à analyser les conséquences ultimes de chargements d'origines diverses, mécaniques, thermiques, chimiques, sur l'intégrité et la résistance mécanique des sols d'étanchéité et du milieu naturel autour des zones de stockage de déchets civils et nucléaires. Des études préliminaires de modélisation microscopique de l'endommagement diffus dans du grès sec, par microfissuration, ont été développées dans la thèse de NG [39]. Il s'agit d'étudier la propagation de défauts (fissures) d'orientations et tailles arbitraires préexistants dans une matrice contenant des pores secs ou saturés. Trois ingrédients sont utilisés: la mécanique des milieux hétérogènes (avec défauts non-interagissants), la mécanique de la rupture, et la thermodynamique des processus irréversibles qui permet de structurer les lois d'évolution des mécanismes d'endommagement.

### **Rupture fragile [34]-[35] et ductile de milieux poreux saturés [40]-[41]**

Pour un milieu poreux saturé, j'ai montré que, lorsque les effets d'inertie sont pris en compte, la singularité des champs de pression hydrostatique est identique à celle des contraintes pour une fissure plane se propageant dans son plan [35].

Ce résultat ne s'applique bien sûr pas dans une analyse quasi-statique. Les singularités des contraintes et déformations sont alors identiques à celles du milieu drainé sous-jacent, que le squelette solide soit élastique ou élasto-plastique: la pression est régulière en pointe de fissure qui est formellement drainée [41].

### **Grandes transformations élastoplastiques [102]-[105]**

La formulation de lois de comportement en grandes transformations nécessite certaines précautions sous peine d'obtenir des phénomènes parasites sans signification physique. J'ai développé en 1983<sup>1</sup> une analyse s'appuyant sur la théorie de Mandel (1971) qui permet d'éliminer ces phénomènes indésirables pour une vaste classe de matériaux anisotropes incluant anisotropie induite et structurale. A titre d'application, j'ai étudié analytiquement le développement de plis géologiques et souligné l'effet de l'anisotropie sur le processus. De façon à pouvoir effectuer des calculs par éléments finis, il est nécessaire de construire des algorithmes d'intégration à la fois stables et efficaces. Ces questions ont été peu étudiées jusqu'à présent pour les solides anisotropes. La méthode que nous avons développée exploite la structure particulière des lois de comportement élastoplastiques qui sont écrites non pas sous forme eulérienne ou lagrangienne mais dans des configurations intermédiaires. Une analyse d'erreur a mis en évidence des effets typiques dus à l'anisotropie qui soit n'avaient pas été remarqués jusque là, soit avaient fait l'objet d'interprétations erronées.

Autres thèmes: **ondelettes** [71] et **milieux particuliers** [106]-[107]

Pour décrire les forts gradients qui apparaissent lors de la localisation des déformations, nous nous sommes intéressés à la modélisation par ondelettes. En effet, les bandes de localisation ont des tailles liées à la microstructure des matériaux, tailles bien inférieures à celles des structures. Les ondelettes facilitent ces transitions d'échelles.

Une analyse visant à simuler les comportements statique et dynamique de particules ou de blocs rocheux a été commencée avec J.-H. Prévost: elle traite les contacts comme des impacts. Le programme a été écrit et des tests ont été effectués.

---

<sup>1</sup>Il s'agit des articles [1] et [2] référencés dans la liste des publications 1979-1988.

## Modélisation et risques en géomécanique environnementale

Un domaine de recherche, sous-tendu par des problématiques à la fois scientifiques et technologiques, est en train de naître à la croisée de la mécanique et du génie de l'environnement. L'émergence de ce domaine est dû aux préoccupations croissantes de la société concernant les menaces potentielles que représentent d'une part des événements naturels exceptionnels et d'autre part des constructions ressenties comme dangereuses. A titre d'exemples, citons les pluies abondantes qui peuvent entraîner des instabilités de pentes contenant des argiles gonflantes, et les structures servant de zones de stockage de déchets municipaux ou nucléaires.

Pour se prémunir de ces dangers potentiels anciens ou nouveaux et accéder aux exigences des populations, l'analyse des risques et la prévention deviennent incontournables.

A la croisée de plusieurs disciplines, ce domaine de recherche concerne, dans ses aspects scientifiques, la mécanique des matériaux, la théorie de transport de masse, la thermodynamique chimique et les méthodes numériques. Son but est d'étudier l'influence d'un environnement agressif sur les propriétés mécaniques et sur les propriétés de transport de matériaux géologiques et industriels.

Les efforts récents dans cette direction concernent:

- l'étude des chargements mécaniques et thermiques sur la dégradation des propriétés mécaniques de conteneurs rocheux ou en béton;
- les conditions de propagation, dans des sols et des roches imprégnés d'eau, de fissures d'origine sismique, thermique ou chimique;
- l'influence de la chaleur sur la déformabilité et la résistance limite de barrières argileuses autour de déchets radioactifs;
- les effets de la modification de composition chimique du fluide interstitiel sur déformabilité et la résistance limite de sols utilisés pour contenir les déchets d'origine civile.

Dans le cadre de la mécanique des matériaux, de la mécanique des structures et de la géomécanique, l'accent est mis sur la compréhension et la modélisation mathématique des phénomènes physiques et mécaniques en jeu. Appel est donc fait à la mécanique des milieux continus, à la thermodynamique des processus irréversibles dans ses acceptions chimique et mécanique, à la thermo-plasticité, à l'électro-chimio-plasticité, à la théorie des mélanges, aux méthodes d'analyse de la stabilité mécanique ainsi qu'à des méthodes numériques permettant d'aborder des situations complexes incluant des milliers d'inconnues.

Deux aspects essentiels doivent être décrits correctement:

- *le comportement anisotrope* inhérent au mode de deposition des matériaux géologiques et dû au processus de fabrication pour les matériaux industriels, et
- *les couplages* entre les propriétés mécaniques et les processus hydrauliques, thermiques et chimiques.

En fait, mon travail de recherche a concerné dans un premier temps la modélisation de la dégradation progressive des matériaux anisotropes et le couplage hydro-mécanique dans les milieux poreux inélastiques. Les structures de modélisation aptes à décrire le comportement correspondant des sols, roches et bétons ont été mises en place. De plus, ces formulations ont été soumises à une analyse de détection des instabilités d'origine matérielle, comme la localisation des déformations qui précède la fissuration ou l'effondrement des structures.

Une seconde partie du projet de recherche concerne la modélisation des couplages d'origine thermique, physico-chimique et électrique dans les sols sensibles qui sont par ailleurs utilisés pour éviter les fuites de contaminants dans les structures de stockage de déchets d'origine civile ou nucléaire. L'exposition de smectites à des liquides de composition chimique différente de leur propre liquide interstitiel donne lieu à des changements de volume et à des modifications de résistance mécanique. Une contraction peut entraîner la formation de fissures, ce qui augmente la perméabilité de façon catastrophique. Le gonflement est quant à lui responsable d'autres désordres: par exemple, un processus

osmotique d'absorption d'eau de pluie diminue considérablement la résistance limite des couches superficielles et facilite les instabilités de pente en terrains argileux.

Les développements futurs, prenant en compte ces phénomènes couplés, utiliseront les approches de stabilité qui ont été développées dans le contexte plus simple du seul couplage hydro-mécanique.

Tirant avantage de l'expérience acquise dans les simulations par éléments finis de ces systèmes, l'analyse de risques prendra en compte les aspects théoriques et numériques dans des conditions quasi-statiques et dynamiques, telles qu'elles existent lors de séismes.

Les méthodologies développées dans cette perspective semblent pouvoir être utilisées ou adaptées en vue d'applications dans des domaines différents, quoique connexes, tels que: analyse de la sécurité de barrages (plus spécifiquement des fondations), stabilité des bassins sédimentaires et d'excavations, fracturation hydraulique lors de forage et processus d'extraction, techniques de stabilisation environnementalement propres des puits de forage pétrolier. Enfin, les similarités avec les couplages électro-chimio-mécaniques qui sont observés dans les tissus vivants sont trop évidentes pour ne pas attirer l'attention, cf. p. 49.

## Un travail personnel et des collaborations

Ce travail a été mené au Laboratoire Sols Solides Structures. Il a bénéficié de l'apport de quatre thèses de doctorat, dont deux étrangères, p. 5. Il a surtout bénéficié de collaborations avec des mécaniciens des solides et des géomécaniciens de plusieurs pays <sup>1</sup>:

- Europe: Università degli Studi di Bologna, Cagliari, Ferrara, Trento, Politecnico di Bari, Milano en Italie et Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal;
- Etats-Unis: Duke University et Princeton University;
- Australie: The University of New South Wales, Sydney.

Les collaborations avec les chercheurs étrangers ont été informelles, mais productives. Les visites courtes, un mois ou moins, ont été financées sur les propres fonds de chacun d'entre nous provenant pour ma part du GRECO CNRS-compagnies pétrolières 'Géomécanique des Roches Profondes'. Des visites plus longues ont été financées par trois bourses de haut niveau du Ministère de la Recherche français de cinq mois, deux mois et un mois respectivement, par un poste d'enseignant associé de deux mois à l'Ecole d'Hydraulique et une bourse postdoctorale européenne de six mois <sup>2</sup>

Le succès de nos collaborations est sans doute dû en grande partie au fait que nos domaines de compétence, quoique connexes, sont distincts.

## Les résultats obtenus

Le point de départ du projet concerne la modélisation du comportement réversible et irréversible de solides monophasiques: l'accent est mis non sur les détails des relations de comportement mais sur leur structure. Le but est de déterminer un cadre pour décrire la dégradation progressive des propriétés matérielles sous chargements de service et/ou sous chargements exceptionnels. L'analyse de stabilité est considérée dans un second temps.

Le second volet du projet a consisté à reconnaître que les formulations précédentes doivent tenir compte de la présence de l'eau dans la plupart des structures géotechniques auxquelles ces études s'appliquent: pentes naturelles, zones de stockage de déchets municipaux ou radioactifs. L'eau participe directement au comportement de ces structures, à la fois parce qu'elle y est présente naturellement mais aussi parce qu'elle peut être considérée comme une sollicitation extérieure (exemple, pluies sur un versant).

Le troisième volet prend en compte les conditions spécifiques dues à un environnement agressif qui peut mettre en grand danger la stabilité de ces structures. Les variations, dans le temps, de concentration de certaines substances chimiques sont partie prenante de l'équilibre mécanique global: un excès d'eau diminue la résistance mécanique de certaines argiles.

---

<sup>1</sup>La liste de mes co-auteurs est donnée p. 24.

<sup>2</sup>La liste de mes séjours dans des universités étrangères est donnée p. 7 et la liste de mes visiteurs pp. 8-9.

Les préoccupations numériques dans le développement des modélisations ont été réelles. Des simulations par éléments finis, qui ont parfois exigé des formulations originales, ont été développées mais sont peu commentées ci-dessous, les aspects mécaniques étant privilégiés.

#### Modélisation et localisation des déformations dans les solides secs anisotropes et les matériaux poreux à simple ou double porosité [48]-[56]

L'analyse de risques dans les structures géotechniques demande d'abord une étape de modélisation du comportement mécanique au sens large avant que des analyses de stabilité ne puissent être effectuées. Dans cette perspective, les problèmes suivants ont été abordés.

- *Modélisation plastique en milieux multiphasés [67],[68]*

Structuration du comportement pour des milieux poreux anisotropes élastoplastiques imprégnés d'eau avec une porosité unique (présence d'un type de pores) ou une double porosité (pores et fissures remplies d'un même fluide pour les roches). Implications du choix de la contrainte effective et des couplages élastoplastiques entre fluide(s) et solide sur l'apparition de la localisation. Les échanges de quantités de mouvement et les transferts sont pris en considération mais n'interviennent pas directement sur l'instant de la localisation lui-même. Ils sont par contre essentiels pendant la post-localisation.

Cette modélisation a été développée de façon à pouvoir être appliquée également à une situation a priori différente, celle des milieux poreux non saturés [26]-[32].

Un résultat essentiel, à mon sens, est le suivant. J'ai obtenu un double principe de correspondance qui permet de réduire considérablement les efforts d'analyse: j'ai montré que l'étude de l'initiation de la localisation dans un milieu poreux, saturé totalement ou partiellement, anisotrope dans ses propriétés élastiques et plastiques, se réduit à celle de ce phénomène dans un certain milieu solide isotrope, [59],[68],[69]. Le résultat n'est cependant pas complètement général dans le sens où l'anisotropie doit respecter une certaine structure.

- *Détection de la localisation des déformations dans les matériaux poreux saturés anisotropes à simple ou double porosité [64]-[66], [69], [70]*

Détermination analytique et numérique des caractéristiques de la localisation, c-a-d écrouissage critique et directions critiques définissant les orientations des bandes de cisaillement par rapport aux directions matérielles (directions d'orthotropie) et aux directions de chargement. Etude des effets de l'anisotropie sur l'apparition de la localisation: suivant la nature de l'anisotropie, ces effets peuvent être considérables, une petite déviation de l'isotropie pouvant entraîner de grandes variations dans les directions des bandes de glissement. Le module d'écrouissage critique est quant à lui une fonction beaucoup plus lisse de l'anisotropie, une déviation par rapport à l'isotropie pouvant soit activer soit retarder l'apparition de la localisation.

#### Instabilité dynamique, ou de flottement, dans les solides élastoplastiques et les milieux poreux saturés

Pour la plupart des matériaux frottants, le tenseur acoustique n'est pas symétrique et l'analyse de stabilité dynamique peut montrer des vitesses d'onde complexes. Ce caractère complexe rend invalide les analyses traditionnelles de stabilité (décharge élastique) et suggère une croissance exponentielle oscillatoire en temps des ondes harmoniques. Les aspects suivants ont été abordés récemment:

- *Conditions nécessaires d'existence du flottement ('flutter') dans les solides élastoplastiques [61]*

Certaines élasticités anisotropes et certaines conditions aux limites sur un demi-espace sont des routes possibles qui mènent au flottement. On a même trouvé que le départ du flottement peut coïncider avec le début de la plastification, et qu'un corps semi-infini peut être le siège du flottement alors que ceci n'est pas vrai pour un corps infini constitué du même matériau.

- *Validité et interprétation d'analyses de stabilité en présence de flottement [112]*

Les résultats numériques de calcul par éléments finis de cas où l'instabilité de flottement se déclenche montrent le rôle important joué par les chargements extérieurs qui fournissent une source permanente d'énergie et donnent lieu à une solution quasi-statique autour de laquelle des oscillations d'amplitude croissante se développent.

- *Distinction entre instabilité et caractère mal posé dû au flottement [62],[63]*

L'instabilité linéaire est caractérisée par des ondes d'accélération avec une vitesse d'onde réelle et une

amplitude à croissance exponentielle. Le caractère mal posé dû au flottement est défini par des ondes harmoniques à croissance exponentielle en temps et dont l'amplitude est infiniment magnifiée lorsque leur longueur d'onde tend vers zéro.

- *Régularisation du caractère mal posé dû au flottement dans les milieux poreux saturés* [112],[113]

Certaines des méthodes utilisées pour éliminer (au sens théorique) la localisation des déformations dans les solides introduisent une longueur interne. A condition qu'elles soient introduites dans les relations de comportement appropriées, ces longueurs internes peuvent aussi éliminer *et* la localisation des déformations *et* le caractère mal posé dû au flottement dans les milieux poreux élastoplastiques saturés.

Ces résultats sont condensés et mis en perspective dans [112] (99 pages).

### Fissuration dans les milieux poreux saturés élastiques et élastoplastiques

Nous nous intéressons ici à déterminer les capacités de résistance, la ténacité et la vulnérabilité des géomatériaux lors de sollicitations extrêmes comme celles qui peuvent être dues à un séisme. Cela demande une compréhension détaillée des mécanismes par lesquels la fissuration peut se développer et se propager dans des milieux poreux imprégnés d'eau: leur réponse mécanique est évidemment plus complexe que celle des solides puisqu'elle inclue un couplage hydro-mécanique qui se traduit par la diffusion de l'eau interstitielle au travers du squelette solide. Ce problème a été abordé sous trois aspects, rupture fragile en condition dynamique, rupture fragile quasi-statique et rupture ductile quasi-statique élastoplastique.

- *Fissure se propageant en Mode I dans un milieu poro-élastique: effets dynamiques* [35]

L'état mécanique, champs de contrainte, de pression des pores et de déplacement, près de la pointe de fissure pour une telle situation, a été déterminé sous forme analytique. Pour une fissure qui se propage rapidement (dans un sens précis), la pression des pores n'a pas le temps de diffuser à partir de la pointe de fissure. Alors, la pression présente la même singularité en  $r^{1/2}$  que la contrainte effective. Les analyses précédentes avaient négligé les effets d'inertie et obtenu une pression régulière. Paradoxalement, cette analyse complète indique que des modifications doivent être apportées à la modélisation poro-élastique si l'on veut éviter cette singularité.

- *Propagation et bifurcation de fissures dans un milieu poreux sec ou saturé*

Lorsque, et c'est le cas général, les sollicitations ne sont pas coaxiales avec les fissures, celles-ci ne se propagent pas a priori dans leur plan. En compression, les fissures pre-existantes peuvent soit se prolonger temporairement, soit exciter la formation de fissures en Mode I, modèle dit 'sliding crack'. Nous avons étudié avec N. Gatelier le problème suivant. Un échantillon de grès, roche poreuse, contient des fissures de position, longueur et orientation initiales données, caractérisées par une distribution spatiale a priori anisotrope. Dans un cadre thermodynamique à trois processus de dissipation, glissement sur les fissures pré-existantes, longueur et orientation de la fissure bifurquée, nous avons montré que, lors de cycles de chargements biaxiaux, les fissures se propagent dans la direction du chargement principal. Cette analyse a également mis en évidence que certains modèles simplifiés à deux processus de dissipation sont instables. La présence d'eau dans les fissures facilite la fissuration.

- *Fissure se propageant dans un milieu poro-élastoplastique* [41]

A la différence du cas dynamique, la propagation quasi-statique de la fissure se produit en laissant la pointe en condition drainée, la pression des pores restant régulière. Ce résultat était connu en poro-élasticité mais il est établi ici pour la première fois en poro-élastoplasticité. La contrainte effective est singulière, la singularité n'étant plus néanmoins égale à  $1/2$  comme en poro-élasticité, mais dépendante de l'écroutissage.

### Endommagement des matériaux fragiles: régularisation lagrangienne [43]-[45]

Dans le cadre de la thèse de E. Benvenuti, une formulation unifiée de la régularisation de l'endommagement des matériaux fragiles a été proposée. Elle consiste à voir l'introduction des longueurs internes par méthode de second gradient et/ou méthode intégrale (dite non-locale) comme une contrainte (au sens mathématique) et à l'introduire par l'intermédiaire d'un lagrangien. La formulation résultante est naturellement symétrique. Le calcul des lagrangiens n'augmente que marginalement la longueur des calculs



et la taille mémoire nécessaire.

### Couplages physico-chimiques dans le comportement mécanique des géomatériaux

La modélisation des divers couplages qui interagissent avec le comportement mécanique a été examinée sous plusieurs aspects. Cette étape est un préalable avant de pouvoir effectuer une analyse précise de la stabilité de pentes contenant des sols sensibles et de structures géotechniques utilisées pour les déchets.

- *Un modèle à trois phases (solide, eau, air) pour sols non saturés* [26],[29]

Ce modèle est capable de prendre en compte les déformations réversibles et irréversibles du squelette solide. Un point clé de la modélisation est la définition d'une contrainte effective. Un second point clé consiste à reconnaître l'importance de la valeur d'entrée d'air sur le comportement mécanique. L'influence couplée de cette contrainte effective et de la succion permet de décrire qualitativement et quantitativement les caractéristiques essentielles des sols non saturés, et ceci avec un nombre réduit de paramètres: plasticité puis élasticité lors de la dessiccation, effondrement lors d'humidification sous contrainte (phénomène qui peut se produire à la mise en eau d'un barrage), existence d'un état critique [29]. Enfin, il faut souligner que ce modèle est intégré dans le cadre thermodynamique de la théorie des mélanges [26].

- *Couplages thermiques et transferts de masse en milieux non saturés* [28]

Outre qu'il clarifie la structure du modèle, ce cadre a permis l'extension au cas pratique important où des effets thermiques de nature physique et mécanique (radoucissement thermique) sont à prendre en compte [28]. Le modèle comprend trois phases mais quatre constituants (solide, eau, vapeur et air sec). Le but est de reproduire la vaporisation/condensation et les modifications des propriétés mécaniques qui peuvent se produire dans des argiles qui servent à contenir des sources de chaleur radioactives. Les températures des trois phases sont a priori distinctes, ce qui permet l'échange éventuel d'énergie entre phases. Et fournit par la même d'autres champs d'application (techniques de dépollution de sols par air, ou par circulation hydraulique).

- *Couplages électro-chimio-mécaniques dans les argiles gonflantes* [15]-[23]

Des couches d'argile sont utilisées autour des zones de stockage de déchets radioactifs et sous les décharges municipales pour assurer l'étanchéité au transport de contaminants qui pourraient diffuser et polluer les eaux souterraines. Or, l'exposition de ces argiles à certains contaminants donne lieu à des couplages électro-chimio-mécaniques très forts qui peuvent réduire considérablement les raideurs élastiques et les propriétés élastoplastiques, et augmenter les perméabilités. La modélisation de ces phénomènes complexes, en vue de fournir une analyse de risques rationnelle, est une fois de plus structurée par la thermodynamique qui série et établit les couplages entre la mécanique (déformabilité), la diffusion (de l'eau interstitielle et des contaminants électrolytiques), et les transferts de masse (absorption/désorption d'eau et de contaminants). La modélisation mécanique tient bien sûr compte du caractère élastoplastique du squelette solide. Dans les simulations par éléments finis, aux inconnues usuelles de l'hydro-mécanique sont adjointes les entités caractérisant la composition électrolytique de l'eau interstitielle et les masses transférées. Les simulations par éléments finis d'essais de laboratoire ont montré la sensibilité, non complètement attendue, aux modes opératoires: leur connaissance est nécessaire pour une calibration correcte des modèles. La prochaine étape consiste à examiner des situations in situ.

Certains des résultats ci-dessus sont présentés sous une forme simplifiée dans les actes d'un cours gradué [20], [30].

### **Impact de la recherche effectuée**

Ce travail s'est donné pour but de formuler certains problèmes de génie environnemental dans un cadre unifié qui prend en considération non seulement les divers aspects physiques qui y apparaissent, mais également et surtout leurs interactions. Ces développements théoriques, analytiques et numériques doivent permettre de déterminer les origines et suivre l'évolution des éventuelles instabilités locales ou structurales qui pourraient se développer. Ces aspects sont décisifs pour une analyse rationnelle des structures géotechniques et d'aires naturelles dont les instabilités sont susceptibles de nuire gravement à l'environnement terrestre, à la vie biologique ambiante et à la santé des populations.

---

## Constitutive modeling and safety assessment in Geo-Environmental Engineering

### Technological and scientific contexts

My research project addresses the safety assessment of geotechnical constructions, like nuclear or chemical waste disposals, and of natural areas susceptible to environmental aggressions, like the overconsolidated marine-origine clay formations outcropping along Italian Apennines: they undergo degradation of mechanical properties due to rain water adsorption, leading to severe problems of slope stability and earthflows. Such geotechnical engineering contexts pose tremendous challenges to modeling and design. In fact, the present research focused on the modeling of progressive degradation (damage) in anisotropic materials and on couplings in inelastic fluid-infiltrated porous media between mechanical properties and hydraulic, thermal and chemical processes. Constitutive frameworks appropriate for describing the corresponding material behaviours of soils and rocks have been developed. Furthermore, these material formulations have been analysed for the detection of the onset of material instabilities in the form of strain localisation phenomena, which normally precede fracture or final collapse of the structural system, or of other instabilities, like flutter, typical of frictional behaviours. These analytical and numerical developments allow the origin and subsequent evolution of deformation mechanisms that may possibly lead to local or global failure.

The methodologies developed in the present framework may also directly apply or be partially adapted to other different but cross-linked contiguous engineering applications and research fields, such as safety assessment of dams (specifically dam foundations); stability of soils, sedimentary basins and slopes; stability of surface excavations and foundations; hydraulic fracturing in drilling and extraction processes or in renewable geothermal energy productions. Indeed, while the considerable mechanical stiffness and strength normally provided by rocks such as for example granite and hard clay, and also by concrete containment devices, usually guarantee the initial safety of the manufacture (obviously after appropriate design), their properties may deteriorate considerably in later times, basically due to instabilities that might be triggered by progressive damage. Such damage may be induced by the demanding mechanical working conditions and, most of all, by coupled phenomena relevant to the presence of wastes, or storage and contaminant fluids: radiations, high temperatures, chemical attacking factors, infiltrations may cause a considerable loss of mechanical properties and finally compromise partially or even completely the overall safety of the storage facilities.

### Overview of the research

My research activities in the last six years have concerned first the material modeling of geo-materials, soils and rocks, and next the assessment of the reliability of typical geotechnical structures. More recent interest in chemo-mechanical couplings in geomechanics and biomechanics will be exposed p.49. The research is the fruit of collaborations with European, namely Italian and Portuguese, US and Australian coworkers. While these collaborations have been initially based on purely scientific preoccupations, the long range technological intention that underlies the following description is really the modeling and safety assessment of geo-environmental structures. The engineering problems at hand are challenging as they involve different couplings, essentially between mechanical properties on one side, and hydraulic, thermal and chemical phenomena on the other side.

To start with, the research focused on mechanical aspects as influenced or not by hydraulic coupling: this accounts for a proper modeling of the mechanical behaviour of the solid itself, together with a consistent evaluation of the presence of one or more (e.g. two) fluids (e.g. water and air or water and oil) or one or more degrees of porosity at different scales (e.g. pores, micro- and macro- fissures). This basic coupled hydro-mechanical framework must be considered in conjunction with another chief keyword in geomechanics, namely anisotropy, that is the directional dependence of the material properties. Indeed, geomaterials can be or can become highly anisotropic materials and the deformation and failure patterns

that may be observed in the structures under consideration may be considerably influenced and biased by such underlying anisotropy. Rocks near the earth's surface typically display intrinsic fabrics of two types (and on two different scales): bedding, layering and stratification (intact rock material) and faulting, fissuring and jointing (rock masses). Such intrinsic anisotropic structures have to be taken into account for an appropriate modeling, especially when the non-linear behaviour before and near failure is concerned. Despite their decisive importance, these phenomena are not yet understood both regarding in situ or in laboratory characterisations and (the main subject of the present project) not properly or conveniently described or captured by the available modeling. Such considerations apply in particular to the mechanical behaviour when it is affected by the concomitant presence of percolating fluids.

Within the two main keywords of anisotropy and hydro-mechanical coupling, the salient aspects concerning the modification of mechanical properties during loading that have been addressed are:

- progressive elastic stiffness degradation (elastic damage);
- study of the relevant material and structural instabilities in the form of
  - strain localisation, namely the concentration of dissipative processes in narrow zones (shear bands), that normally appear as precursors to failure through formation of collapse mechanisms or fractures;
  - flutter instability and associated ill-posedness of initial- and boundary-value problems due to material and/or boundary non-self-adjointness;
- once initiated, the above instabilities may result in fractures: it is then necessary to assess their modes of propagation in both quasi-static and dynamic contexts. Especially relevant is the earthquake perspective where the coupling of deformation with diffusion can significantly affect the mechanical response of earth's shallow crust infiltrated with groundwater.

In addition, capitalising upon earlier developments, tools have been added to my home-made finite element code to simulate the behaviour of geotechnical structures, of semi-infinite extent, subject to dynamic loadings, like earthquake loadings.

Once modeling and instabilities in solids and materials infiltrated by fluids have been addressed, the next part of the project reconsiders more specifically the same modeling aspects for geotechnical structures submitted to *aggressive environmental loadings*. The main concerns are the modeling of

- unsaturated deformable soils and fully coupled non-isothermal mass flow in porous media, including vaporisation due to possible exothermic reactions inside waste repositories;
- mechanical and physico-chemical interactions that may occur in hazardous and nuclear wastes as a result of leakage of pollutants, or that occur in natural clayey slopes where rainwater adsorption may substantially reduce the stability and result in catastrophic landslides.

Capitalising upon the experience gained so far, future steps should re-assess the safety of these geo-environmental structures.

## **Influences of elastic anisotropy on strain localisation in solids**

Localisation of deformation in elastic-plastic solids is a phenomenon known from both analytical and experimental points of view. It corresponds to the development of highly strained zones of small but finite thickness with characteristic orientations. From the latter perspective, there is clear evidence that shear band failure is greatly influenced by *the anisotropic character* of material properties, e.g. Boehler [1987] for transversely isotropic sandstone, Gibson and Ashby [1988] for cellular materials. In an elastoplastic framework, anisotropy may feature in elastic behaviour and/or plastic behaviour. The interpretation of strain localisation as the occurrence of a stationary wave is valid irrespective of mechanical properties: practically, this means that the mechanical information induced by boundary sollicitations can not travel in certain directions, it is deflected orthogonally and high strain gradients develop, which might be the precursor to fracture. Earlier finite element computations, in 1D [48], 2D [49] and 3D [52], have highlighted this aspect.

Difficulties in calculating analytically the onset of strain localisation and the critical directions stem from the maximisation problem over directions of space that is to be solved. While the question has been the subject of numerous studies for materials with isotropic elasticity, it was unexplored, despite its theoretical and practical significance, for materials endowed with anisotropic elasticity before we

consider the problem with E. Rizzi and D. Bigoni.

#### A one-parameter deviation with respect to isotropy

In a series of three papers [64]-[66], we considered one- and two-parameter deviations with respect to isotropic elasticity: while this setting certainly limits the generality of the study, it revealed some salient features of the effects of anisotropy on strain localisation that can be supported and classified analytically:

- the degree of anisotropy may strongly affect the localisation characteristics, especially close to the boundary where the elastic tensor loses its invertibility, a likely circumstance for highly damaged materials; however, the effects of anisotropy are highly versatile;
- as the degree of anisotropy varies, the critical hardening modulus is found to be continuous across the isotropic limit but the critical planes are not; also the number of critical planes is affected by anisotropy;
- the special case of highly damaged materials with a non invertible elastic stiffness was shown to trigger strain localisation through an algebraically appealing spectral analysis.

#### More structure, and a correspondance principle

Later, capitalising upon the experience gained in the above studies, we considered an anisotropy described by a second order tensor in [69] [70]. *We established a neat correspondance principle that transforms the highly difficult maximisation problem to a problem on a reference material endowed with isotropic elasticity.* Results available for that case can then be used directly for materials with an associative flow rule. The case of materials with non-associated flow rule has been solved in the plane strain/plane stress settings but it still needs to be completed in a general three-dimensional framework. Remarkably, in agreement with observations and in strong contrast with the isotropic case, a single critical direction was predicted to occur for loading conditions that do not respect the directional symmetries of the material.

### **Strain localisation in anisotropic fluid-infiltrated soils and rocks**

Using concepts of soil mechanics, mechanics of continuous media and mixture theories for fluid-infiltrated solids, I have been able with coworkers to make advances in the study of strain localisation and failure in geo-masses.

#### Strain localisation in saturated soils: earlier theoretical results and computations

The onset of localisation in inelastic fluid-infiltrated porous media undergoing three-dimensional loadings has been investigated first with J.H. Prévost and O. Harireche in earlier studies. Not only did we define and analyse the phenomenon, [58],[59], which had been considered so far only for solids, but we also offered the first and to my best knowledge, unsurpassed today, dynamic simulations of the development of strain localisation in fluid-saturated soils [51]. These simulations were plane strain analyses that show clearly the break-up of the solid while the fluid was pumped towards the shear-bands, a striking feature. Further unpublished simulations with O. Harireche showed that the analysis was still correct in 3D. With J.H. Prévost, efficient computational procedures were defined. Not only implicit-explicit operator partitionings and predictor-corrector time-marching schemes were devised to minimise memory requirements in this multiphase context. That was not sufficient for the 3D computations, and, with O. Harireche, we had to have recourse to element-by-element iterative techniques.

Restricting the analysis to isotropic elastic-plastic porous media, we showed in [59] that the inception of strain localisation in a fluid-infiltrated porous medium may be viewed, like for dry materials, as the occurrence of a stationary wave, that is a discontinuity that does not propagate through the material. In that sense, our work can be viewed as an extension to fluid-infiltrated materials of the framework developed for dry solids by Hill [1962], Mandel [1962] and Rice [1976]. *We also showed that the onset of strain localisation in a porous medium coincides with that of the so-called underlying drained solid, namely a solid defined by the local drainage condition, that is no increase in pore water pressure. Crucially therefore, since the viscous coupling due to Darcy's diffusion is not involved in the acceleration wave speeds, it is not not involved either in the onset of strain localisation.*

#### Localisation in anisotropic saturated and unsaturated soils and fissured rocks

The results above rely on specific assumptions on the constitutive equations. With E. Rizzi, we have recently enlarged the constitutive framework for which the above results hold, in several respects:

- in [67], we first included *general elastic anisotropy*; second, we formulated the plastic equations in terms of a *generalised effective stress*, containing as particular cases Terzaghi's and Biot's effective stresses;

third, the plastic flow rule, that involves the plastic strain of the solid skeleton and the plastic volume change of the fluid phase, was given a general form, containing as special case *the generalised normality rule*: this generality was however tuned such as to satisfy the kinematic constraint that occurs when all constituents are incompressible;

- in [68], we incorporated the double porosity concept. Double porosity models applied to fissured rocks distinguish the role of the pores, which provide storage for the fluid, from that of the fissures, which provide most of the permeability. Analyses on the subject so far had considered elastic isotropic solid skeletons. One purpose of this work was to formulate, within the context of mixture theory, a double porosity framework including first anisotropic elastic solid skeletons and next anisotropic elastic-plastic solid skeletons. The framework applies to fissured rocks and partially saturated soils (solid, fluid, air) as special cases.

For fissured rocks, fluid mass transfers between pores and fissures and scale separation between these two types of cavity are accounted for. The distinction between the two types of porosity is thought to be of practical importance, especially for loading processes, either natural or industrial like hydraulic fracturing, that lead to localised failure.

For partially saturated soils, the effects of surface tension and a different spatial organisation of fluids were included. The spatial distribution of the fluid phases in partially saturated soils is different and the scale separation, namely size of fissures much larger than size of pores, does not hold any longer. Second, surface tension between the wetting and non-wetting fluids gives rise to a phenomenon typical of fluid-infiltrated media that is encapsulated in the so-called soil-water characteristic curve. Emphasis was laid on the elastic and plastic couplings and on their implications to the inception of strain localisation, not on momentum transfers nor fluid mass transfers: the latter modeling aspects are exposed below.

- the key coupling in the acceleration wave speeds and in the onset of strain localisation is of *mechanical origin*, and not of viscous origin: the key behaviour is not the one of the solid phase itself, but the one of the underlying drained solid. However, as shown in [111], *inertial coupling* introduced by Biot comes into the picture, changing not that much the wave speeds themselves, rather the kinematics. Inertial coupling is intended to account for the force necessary to move the fluid around solid particles. It has often been neglected in civil and earthquake engineering because it is difficult to quantify. However, it might be necessary to account for it, for instance for an accurate interpretation of wave-speeds in the resonant column.

#### The double correspondance principle [95]

Let us consider now fluid-saturated media whose drained solid is endowed with an anisotropic elasticity described by a second-order tensor *à la Curnier*, see [69]. Then putting in series

- the results above that reduces the onset of strain localisation in fluid-saturated media to that of their underlying drained solid, and

- the result in [69] that reduces the onset of the strain localisation of anisotropic solids to that of an isotropic solid,

we have a neat result that simplifies the analysis of the onset of strain localisation in anisotropic (elastically and plastically) fluid-saturated media to that of a single phase isotropic solid!

#### Measurement of anisotropic properties of rocks [25]

The damage models exposed above describe how microstructural defects (cavities, cracks) evolve so as to degrade and make anisotropic the mechanical properties during loadings. On the other hand, geological materials are often found in a natural state where these mechanical properties are strongly anisotropic, as a consequence of their gravitational deposition in layers; they may also have sustained high shearing strains in geologically active zones. However, applications accounting for this anisotropy so far are scant. One reason that has delayed the application of the anisotropic poroelastic theory might come from difficulties in measuring the material coefficients which characterise the mechanical behaviour. The question has been addressed in [25]. While the knowledge of the drained moduli is often assumed to define the material coefficients of elastic fluid-infiltrated porous media, it is not sufficient. Resorting to the properties of the constituents is possible but may not be satisfactory due to lack of accuracy. On the other hand, the mechanical information contained in the undrained moduli is complementary to that provided by the drained moduli but also overabundant. *The compatibility relations between these two types of moduli are examined for several classes of anisotropic solid skeletons and the information*

required from the undrained moduli is exactly defined through a spectral analysis of the difference in tensor compliances. A switch of the results is possible if the undrained moduli are given instead of the drained moduli. An incomplete data set of material coefficients for a transverse isotropic shale is treated as an example. *Micro-isotropy*, where the rock matrix is isotropic but anisotropy stems from a non-random distribution of defects, is also included. Considerable simplifications arise for the particular form of anisotropy defined by a second order fabric tensor.

## Flutter instability in elastic-plastic solids and fluid-infiltrated porous media

Most geomaterials can be considered to be frictional and to be endowed with a non-associative behaviour. Then their constitutive equations lack the major symmetry and their acoustic tensors are not symmetric. Similar non-symmetries occur also in operators that define the behaviour of frictional interfaces. In linearised dynamic stability analyses, such non-symmetries may originate complex eigenfrequencies, corresponding to exponential growth in time of perturbed dynamic solutions, a phenomenon known as flutter instability. Although the understanding of the physical significance of the intrinsically dynamic phenomenon of flutter in geomaterials is still reduced,

- results obtained so far indicate that flutter may induce high frequency loading-unloading strain rate oscillations in numerical computations, even if the corresponding load-displacement curves are not significantly affected by that noise;
- similarly to what has been found in frictional interfaces, the mathematical well-posedness of the dynamic problems and the reliability of the corresponding numerical computations may be jeopardised by flutter;
- it may be conjectured that, similarly to what happens in frictional unilateral contact problems, the occurrence of flutter in presence of other features of geomaterials, like softening, quasi-brittle behaviour, rate-dependency, may anticipate or trigger events that would remain unsuspected for purely static analyses.

### Conditions for the occurrence of flutter in elastic-plastic solids [57]-[63]

In a paper with J. Prévost and O. Harireche [57], I showed that flutter is excluded for elastic-plastic solids whose elasticity is isotropic and whose flow rule is associative with respect to the deviatoric components of the plastic strain rate tensor, a constitutive feature referred to as deviatoric associativity. A possible route to the onset of flutter instability was then explored in a joint paper with F. Simões and J. Martins [61]: *that route was the incorporation of the effects of boundary conditions*. In that paper, an elastic-plastic solid with deviatoric associativity fills a half-plane that has a rate-traction-free boundary. So that, taken independently, neither the constitutive equations nor the boundary conditions would lead to flutter. But, taken together, their simultaneous influence may lead to the onset of flutter instability. An alternative route to the onset of flutter instability, even in presence of deviatoric associativity, is through incorporation of *anisotropic elasticity*: a particular structure of elasticity explored in collaboration with D. Bigoni [69] was shown to give rise to flutter, for any infinitesimal amount of anisotropy.

### Validity and interpretation of linearised stability analyses in the case of flutter

The oscillatory nature of the flutter solutions leads to successive periods of plastic-loading and elastic-unloading: this phenomenon appears inconsistent with the plastic-loading regime assumed in the linearised stability analyses.

In order to assess the interpretation and the consequences of flutter in non-associative elastic-plastic solids, approximate finite element solutions were obtained for an elastic-plastic model problem, a study undertaken by F. Simões in his thesis and presented in a long survey paper [112]. Various non-linear dynamic analyses were performed for some situations where, due to the non-associativity of the flow rule, linearised finite dimensional stability analyses (using the constitutive moduli of plastic loading) predicted flutter instability. The numerical results obtained for different initial conditions and subsequent load rates suggested that *when the linearised stability eigenproblem has complex eigenvalues, and the applied loads vary, growing flutter type dynamic solutions exist in the neighbourhood of the corresponding quasi-static trajectory*. In otherwise similar circumstances, this kind of dynamic response is not observed with an associative flow rule. The occurrence of growing (flutter type) dynamic solutions in non-associative elastic-plastic solids appears thus to be closely related with the existence of some external time-varying applied forces or displacements that provide a permanent source of energy and originate a quasi-static solution, about which the growing oscillation develops. This observation is in agreement with typical

mechanical examples of flutter, like the ‘panel flutter’ problem and the flutter of a ‘fluid conveying pipe’, e.g. Holmes [1977], as well as with the quite similar situation of the flutter of an elastic system in contact with an obstacle along which the (non-associative) Coulomb friction law holds, as studied separately by J. Martins and F. Simões. These observations motivated the derivation and study of the linearised equations that govern the differences between the dynamic and the quasi-static solutions, when the elastic-plastic solid is subjected to varying external loads and its quasi-static trajectory is in strict plastic loading.

#### Dynamic instability of quasi-static paths [112]

A starting point for the establishment of a general concept of *dynamic instability of quasi-static paths* is an understanding on how a quasi-static path can be obtained in our truly dynamic world. A quasi-static path can be obtained if the external loading varies sufficiently slowly that there is time enough for any available damping mechanism to damp out the oscillations induced by those changes in loading and by all inevitable perturbations to the system. But it is clear that, in some circumstances, no matter how slowly we change the external loading and no matter how carefully we try to avoid external perturbations, some existing quasi-static paths cannot be observed, unless some features of the mechanical system are changed. These are the quasi-static paths that we wish to classify as *dynamically unstable*. The first steps of this enterprise are presented in the joint survey paper mentioned earlier: the introduction of a fast (dynamic) time scale and a slow (quasi-static) time-scale leads, in our infinite dimensional context, to a singular perturbation problem. One has then to address the following question: for some given finite or infinite interval of slow time (load parameter), in what circumstances do the fast (dynamic) solutions approach, or not, the solutions of the reduced (quasi-static) problem, when the loading rate is decreased to zero?

#### Distinction between flutter instability and flutter ill-posedness

Two joint papers [62] [63] addressed the behaviour of harmonic waves and of acceleration waves in elastic-plastic fluid-infiltrated porous media, in the context of the theory of mixtures. An important feature of these media is the presence of viscous effects due to the diffusion of fluid through the solid skeleton. The two papers allow a consistent interpretation of the results obtained from analyses that are based on those two different kinds of waves. Not only it was possible to confirm that the speeds of the harmonic waves converge to the corresponding values of the acceleration waves when the viscous dissipation and/or the wave length decrease to zero, but it was also possible to show that, *while Darcy’s diffusion does not play any role in the acceleration wave analysis nor on the onset of strain localisation and divergence instability*, as already known through another source exposed above, *this diffusion affects the speeds of the harmonic waves, it may anticipate the occurrence of flutter relative to the acceleration wave analysis (the no-diffusion case), and it may even make flutter possible in situations where it was excluded in the no-diffusion case*. These observations lead to the necessity of making clear the distinction between flutter instability and flutter ill-posedness.

*Linear instability* is characterised by:

- the existence of acceleration waves with a real speed of propagation and with an amplitude that grows exponentially in time;
- the existence of harmonic waves growing exponentially in time at a rate which, in the limit as the wave lengths are decreased to zero, equals the rate of growth of the corresponding acceleration waves.

while *linear ill-posedness* is characterised by:

- the existence of non-real wave-speeds for the acceleration wave analysis;
- the existence of harmonic wave solutions with an exponential growth in time that is unboundedly magnified as the wave lengths are decreased to zero.

Another manifestation of (linear) ill-posedness was exposed in a joint work by D. Bigoni and J. Willis. They showed that the differential equations governing the development of a small disturbance in simplified linear material initially stressed to the flutter condition admit no solution except for special sets of initial conditions. A viscous regularisation which modifies the dynamic response of the material, but preserves its static response of the material, was introduced, which permits the solution of the incremental initial value problem under discussion for all initial data. Indeed, the serious mathematical and computational consequences of ill-posedness call for the regularisation of the governing equations of

the problems where it is detected.

#### Regularisation of flutter ill-posedness in fluid-infiltrated porous media [113]

In solids, to cure ill-posedness due to strain localisation, the regularisation methods attempted in the past essentially consist in introducing an internal length-scale in the appropriate constitutive equations. In the joint paper [113] that has been published in the anniversary book dedicated to P. Germain, it is shown that some of these methods can also be used to cure strain localisation and flutter ill-posedness in fluid-infiltrated porous media. *However, the regularisation procedure should address the source of the ill-posedness, that is, the behaviour of the solid skeleton: the presence of viscous effects due to diffusion by no means is sufficient to exclude ill-posedness.* As an example, when a length-scale is introduced in the yield function of the solid skeleton by means of the laplacian of the cumulated plastic strain, *there exists an infimum wave length for the occurrence of flutter or divergence modes*: its existence provides a bound to meshes and restores the significance of finite element computations. But the introduction of an internal length-scale in the yield function is not always effective, as shown very simply by a counter-example. The analysis is made crystal-clear by observing that length-scales just introduce a shift in the plastic modulus.

### **Mechanical properties of rocks, damage and length-scales**

#### Brittle solids in tension, the length-scale problem

Quasi-brittle materials generally exhibit a load-carrying capacity which decreases for increasing values of the strain or they may show snap-back. This behaviour is accompanied by a change in the nature of the equations of motion which lose their hyperbolicity. Simultaneously, the strain field tends to localize into a volume as small as possible: limitations in real materials are imposed by the microstructure. In finite element simulations, quasi-static problems involving no internal lengths will display localized zones spuriously bounded by the element size. This pathological dependency with respect to the mesh can be alleviated if an internal length, a macroscopic representative of the microstructure, is introduced in the constitutive equations. Then energy can dissipate in a finite volume. In a dynamic context, alternatives are available, as a Duvaut-Lions viscoplasticity produces in the field equations a length as the product of an elastic wave-speed times the relaxation time, as proposed for the first time in the framework of elastoplasticity in [48]. Note that this regularisation is much simpler than the usual Perzyna viscoplasticity regularisation used by others, especially from a numerical point of view.

This qualitative description applies to both damaging and plastic materials. On the practical side, many problems remain open. For example, the choice of the variable(s) which should contain/introduce the length-scale is by no means obvious. Also, there exist several ways of involving the length-scale, e.g. second order gradient approach, integral approach ...

In [112],[113], the presence of a (plastic) internal length is shown to allow the mechanical information to travel some distance, precluding various instabilities. The analysis is performed for fluid-saturated elastic-plastic materials and delineates the influence of the three lengths present in the equations: one is attached to the motion, the second to the diffusion process and the third to the plastic behaviour. Clearly, a length-scale emanating from a diffusive property is unlikely to be able to prevent plastic instabilities, despite erroneous claims of the contrary. That is, a regularising operator should be applied to the proper variable to be effective in restoring hyperbolicity: since for solids and fluid-saturated materials the source of the instability resides in the mechanical constitutive equations, the regularization should address these equations.

#### A lagrangian approach to the length-scale problem

In the Ph'd thesis of E. Benvenuti [43]-[45], we address computational aspects of elastic-damaging solids. Different formulations (gradient and integral models) are embodied in a unified framework. The averaging, or non-local operators, which introduce the length-scale into the constitutive equations are viewed as mathematical constraints and brought into the energy through a Lagrange multiplier. The resulting equations to be solved follow from the stationarity of the augmented energy. Finite element simulations of academic structures are presented to highlight the pros and cons of the usual methods (e.g. implicit gradient) versus their lagrangian approach. The latter provides matrix systems which, although larger, are symmetric.



### Dry and fluid-infiltrated rocks under compression: experiments and simulations

The above approach essentially is devoted to damage and fracture under tension. However, there also exist zones in geomechanical structures (tunnels, nuclear waste repositories) where thermal and mechanical loadings induce compressive damage and fracture. In his Ph'd thesis begun with J.P. Boehler, in order to explore the effects of cyclic loading that, in situ, may be due to these two kinds of loading, N. Gatelier has performed fatigue laboratory tests on an initially transversely isotropic sandstone at various stress levels and under various confinements. The evolution of damage (cavities and cracks) is followed by measuring all components of the total and plastic strain tensors. The dilatant/contractant behaviour and the strain irreversibility are strongly dependent on the relative orientation of the loading with respect to the orthotropic axes. Compressive loadings aligned with the bedding planes trigger dilatancy and induce more elastic damage and plastic irreversibility, suggesting close links between microcracking and macroscopic dilatancy.

A bidimensional modeling has been attempted by analysing the effective mechanical properties of a material consisting of a homogeneous linear elastic matrix containing various types of cavities, along the idea of Kachanov [1994]. A delocalised directional analysis, in some sense similar to that in [106] for granular materials, has been performed: each direction is initially associated with a crack and the spatial distribution of cracks is initially arbitrary. The cracks are plane, non-interacting and they propagate according to the sliding crack model, e.g. Nemat-Nasser and Obata [1988]. Their evolution has been embedded in a thermodynamical analysis that endows each of them with three degrees of freedom, slip intensity, direction and length of the kink. In fact, if the direction of the kink is not solved for but prescribed parallel to the compressive stress, the crack propagation may sometimes be unstable right away.

The main characteristics of rock deformation are reproduced, namely dilatancy, hysteresis and induced anisotropy. The influence, on the evolution of the damage variables, of the presence of a compressible fluid in the cavities/cracks has been analysed under undrained condition. The slip intensity is then found larger than under drained condition, i.e. for dry cavities.

### **Fracture in elastic and elastic-plastic fluid-infiltrated materials**

The consequences of brittle fracture occurring at the grain level in rocks can be considered under two aspects: the *damage mechanics* approach, which performs an upscaling and leads to a macroscopic mechanical behaviour at the scale of interest to structural engineers [42], the *fracture mechanics* approach which highlights the microstructural defects inherent to geological and manufactured engineering materials. Brittle fracture occurs by unstable crack growth due to micromechanisms, which are controlled by critical levels of the hoop stress acting ahead of the crack-tip. It is typical of non-dissipative materials, for which the whole amount of energy supplied by external loading is available to fracture the material.

Conversely, ductile fracture always occurs with energy dissipation in the plastic zone surrounding the crack-tip, due to growth and interaction of voids and localisation of the plastic deformation into shear bands. Ductile fracture occurs in rocks under high temperatures and pressures.

Once a macroscopic fracture has initiated, it is important to delineate which mechanical properties influence its propagation.

This problem has been considered for fluid-infiltrated porous media in collaboration with E. Radi. The aspects of propagation of fracture investigated under this collaboration are of interest in geophysics, e.g. effects of earthquakes on constructions (buildings, monuments, dams), as well as in a number of branches in engineering practice, such as geomechanics, oil production industries, mining industries, and also biomechanics. In all these fields, the coupling of volumetric deformations with diffusion can significantly affect the mechanical response of fluid-infiltrated materials, such as soils, rocks, sands and also biological tissues.

### Dynamic crack-growth in poroelastic media [34]-[39]

During mechanical loading of a fluid-infiltrated material, the load is carried partly by the porous solid skeleton and partly by the pore fluid. For constant loading and relatively low permeability of the medium, the load is initially borne by the pore fluid. With progress of time, the pore fluid pressure decreases and, at the end of the consolidation process, the external loading is borne entirely by the solid

skeleton. A similar trend occurs in the problem of crack propagation. For slow crack growth, the pore fluid diffuses away from the crack-tip, where the material is effectively drained and the pore pressure is vanishing small. On the contrary, for rapid transient crack growth, as usually occurs in hydraulic fracturing for energy resources exploration, or during severe earthquakes, the pore fluid has less time to diffuse away from the crack-tip, and a completely different mechanical scenario from that predicted by the quasi-static analyses without inertial effects has been revealed in [35].

A closed-form asymptotic solution was obtained for the stress, pore pressure and displacement fields near the tip of a plane strain Mode I crack, dynamically running in an isotropic poroelastic material. Both permeable and impermeable crack surfaces have been considered. There are in general three kinds of couplings between fluid and solid in a fluid-infiltrated porous medium, namely inertial, viscous and mechanical couplings. Diffusion of the fluid through the porous skeleton creates a momentum transfer between the phases, which introduces a viscous coupling. The mechanical constitutive equations couple the volumetric parts of the strains with the mean-stress in the solid phase and the pore pressure.

Crack propagation in poroelastic media has previously been analysed under quasi-static conditions. Then, the stress displays the same square-root singularity as in single phase solids, but the pore pressure is regular: close to the crack-tip, the stress outweighs the pressure, the diffusion terms are negligible with respect to the divergence of the stress in the momentum balance and, therefore, the situation is practically *drained*. So, in quasi-static conditions, the lower order terms of the fields do not trigger viscous coupling. Inclusion of inertia of the solid phase only does not affect the above order of singularity as shown in dynamic thermoelasticity by others.

However, a fully dynamic analysis, involving inertia of both solid and fluid phases, reveals a *qualitative change of the pore pressure behaviour with respect to the quasi-static problem*: it results in a square-root singularity for both the stress in the solid phase and pore pressure. The analysis is illustrated for Berea sandstone, for sub-Rayleigh, and thus subsonic, speeds of propagation. The results show that, for low crack-tip velocities, the pore pressure tends to vanish, recovering thus the quasi-static case. However, for increasing velocities, the level of the pore pressure increases substantially especially when the crack-tip velocity approaches the Rayleigh limit velocity. This analysis is certainly surprising on physical grounds but it points out to a feature inherent to the classical constitutive equations.

#### Steady crack-growth in elastic-plastic fluid-infiltrated porous media [40]-[41]

Geomaterials have an elastic-plastic behaviour so that, neglecting plastic behaviour of the solid skeleton represents only a first approximation. For instance, crack propagation models based on linear elastic fracture mechanics may underestimate the down-hole pressure measured during field operations for hydraulic fracturing. The further analysis below with D. Bigoni and E. Radi, accounting for the main characteristics of the elastic-plastic behaviour of geomaterials, namely friction and dilatancy effects, is to be published in [41].

The performed asymptotic analysis provides the singularity of stress and velocity fields, the size of plastic and elastic sectors and the angular variation of crack-tip fields under quasi-static conditions. The analysis shows that the frictional behaviour of the yield function has a stabilising effect on the crack growth. On the contrary, the non-associativity of the flow-rule has a destabilising effect on the propagation of the crack. These results may explain the appearance of regions of localised deformation emanating from the crack-tip, which may be observed in ductile materials.

*The total and effective stresses display the same singularity as for elastic-plastic solids, the pore pressure is regular, and thus, for very slow crack propagation, close to the crack-tip the situation is practically drained*: this result extends to elastic-plastic materials a previous finding by Rice and Simons [1976] concerning quasi-static cracks propagating in poroelastic materials. *Plastic dilatancy is observed to have a strong effect on the distribution and intensity of pore water pressure and to increase its flux towards the crack-tip*. This flux of fluid together with plasticity effects dissipates some amount of supplied energy, leading to a reduction of the energy available to fracture the material.

*One may note the similarities and differences between these fracture analyses and the strain localisation and flutter analyses described above. Drained properties rule the high frequency response (acceleration waves), strain localisation characteristics and quasi-static crack-propagation so that the viscous coupling has no effect there. On the other hand, harmonic waves involve fully the diffusion*

terms like the above dynamic crack-propagation.

## **Modeling mechanical and physico-chemical couplings in soils and rocks**

As mentioned in the introduction, one goal of this project is to simulate, through finite element computations of initial and boundary value problems, the behaviour of geotechnical structures devoted waste management and natural or man-made slopes and assess their stability. For the stability analysis to be possible, besides the modeling efforts presented above, the modeling of physico-chemical couplings has to be addressed.

### Mechanical behaviour of unsaturated soils [26]-[32]

Unsaturated soils occupy almost 40 percent of the earth's land surface. They are present in man-made structures like roads, airfields, earth dams, and in special formations like swelling clays, collapsing soils and residual soils. In collaboration with N. Khalili, we have developed in [26] a comprehensive mechanical model to define the constitutive behaviour of unsaturated soils within the double porosity theory of porous media. Each of the three phases is endowed with its own strain and stress. Particular emphasis is laid on the interactions between the phases both in the elastic and plastic regimes. Nevertheless, the clear structure of the constitutive equations requires a minimal number of material parameters. Their identification is provided: in particular, the soil-water characteristic curve is directly incorporated.

Key to the success of the approach is a valid definition of the effective stress, following the idea of Khalili and Khabbaz [1998]. Let us mention that approaches by others, using independent stresses, are plagued by their complexities. The coupled influence of this effective stress and of suction makes it possible to describe qualitatively many of the characteristic features observed in experiments, e.g. for normally consolidated soils, a plastic behaviour up to air entry followed by an elastic behaviour at increasing suctions, and, on the way back, an elastic behaviour, unless compression is applied in which case plastic collapse occurs.

The effect of suction on the plastic domain has been identified on kaolin and complex histories involving mechanical and suction loading and unloading have been simulated [29]: the agreement with available data is more than satisfactory from both qualitative and quantitative points of view. The structure of the effective stress is discussed theoretically in the latter paper, and experimental data conforing further the framework are being provided by N. Khalili in an independent work.

### Heat and mass flow in unsaturated soils [28]

The study of non-isothermal mass flow in porous media and development of strategies for its management and/or containment in natural formations and engineered materials has emerged as a key research area in modern environmental geomechanics. The goal is to develop predictive capabilities for storage of nuclear wastes, disposal of hazardous wastes and remediation of contaminated sites using air-sparging.

Capitalising upon the model for unsaturated soils above, a mechanical model has been developed where three phases (solid, liquid and gas) and four constituents (solid particle, water, vapour, dry air) are identified [28]. Each phase is viewed as an independent continuum endowed with its own kinematics, mass, momentum and energy. The physical phenomena modeled are, within an elastic-plastic context: mechanical deformation, thermal expansion, advection (Darcy's law), diffusion (Fick's law), heat conduction (Fourier's law), liquid flux due to temperature gradient (Soret effect), heat flux due to pressure gradient (Dufour effect), phase exchange (vaporisation, condensation), heat advection (by moving liquid and gas), heat exchange between phases, heat of wetting, heat due to phase compression and latent heat. Matrix displacement vector, pressures of pore water, pore gas and vapor, temperatures of solid, liquid and gas are the nine primary variables in three-dimensional boundary-value problems. Implementation in a computer code to simulate mock-up tests is being developed by N. Khalili and his team.

### Physico-chemical couplings in the mechanical behaviour of clays and rocks [15]-[23]

Compressibility, deformability and strength of clayey soils depend on both mechanical and physico-chemical interactions among the clay particles and pore fluid. The transport aspects of the various couplings in soils have been much scrutinised by the water resources community, especially because the permeability of clay barriers of waste disposals can increase due to exposure to leachates. Increased concern for the environment has recently provided the impulse to study also the mechanical aspects,

to ensure the integrity of structural systems. On the other hand, alternative experiments suggest the possibility of chemical improvements of soil properties in landslides and in soils used for constructions.

In collaboration with A. Gajo and T. Hueckel, a thermodynamic model, within an enlarged theory of mixtures, has been developed that considers clay pockets as surrounded by a membrane selective to ionic species. Three types of equations emerge: thermo-mechanical, diffusion and mass transfer equations. The thermo-mechanical equations describe an elastic-plastic behaviour, coupled to mass transfers of adsorbed water and ionic species. The diffusion equations involve the electro-chemical potentials of all species that are present in the electrolyte (pore water), and the transfer equations describe the transfer of adsorbed water and ionic species across the membrane. Swelling and osmotic consolidation under change of chemical composition of the electrolyte (addition of water or ionic species, substitution between two ionic species) and volume change under mechanical loading correspond, qualitatively and quantitatively, to the quite large set of experimental data provided by C. di Maio. The finite element implementation uses the solid displacements, the pore fluid pressure, the electrical potential, the chemical concentrations in the pore fluid and the transferred masses as primary variables. It should be stressed that most coupled analyses by others are hampered by the elasticity restriction. To my best knowledge, no such comprehensive modeling effort nor finite element simulations of these chemo-mechanical couplings have been shown so far, in this generality.

### **Risk assessment under extreme environmental conditions**

As just mentioned, in addition to the modeling aspects, we have already performed some preliminary simulations of laboratory experiments including chemo-mechanical couplings. In the next steps, boundary-value problems of idealised in-situ situations will be addressed. Ultimately, the stability and failure analyses, developed so far for solids and chemically inert soils, will be reconsidered, in both their theoretical and computational aspects, for structures subject to the above environmental loadings. Typical instances to be considered are leaks across clay liners in municipal waste disposals, exothermic reactions and leakage across buffers in nuclear repositories, slope instabilities in suburban areas due to rainstorms, and dynamic excitations due to seismic events.