1. $\begin{cases} X = (a+x)\cos(\Omega t) \\ Y = (a+x)\sin(\Omega t) \end{cases} \Rightarrow v^2 = \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 = (a+x)^2\Omega^2 + \dot{x}^2.$

coordonnée généralisée (=0 à l'équilibre)

2 Energie cinétique :

$$T = T_0 + T_2 \;,\quad T_0 = \frac{\Omega^2}{2} m (a+x)^2 \;,\quad T_2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 .$$

Energie potentielle :

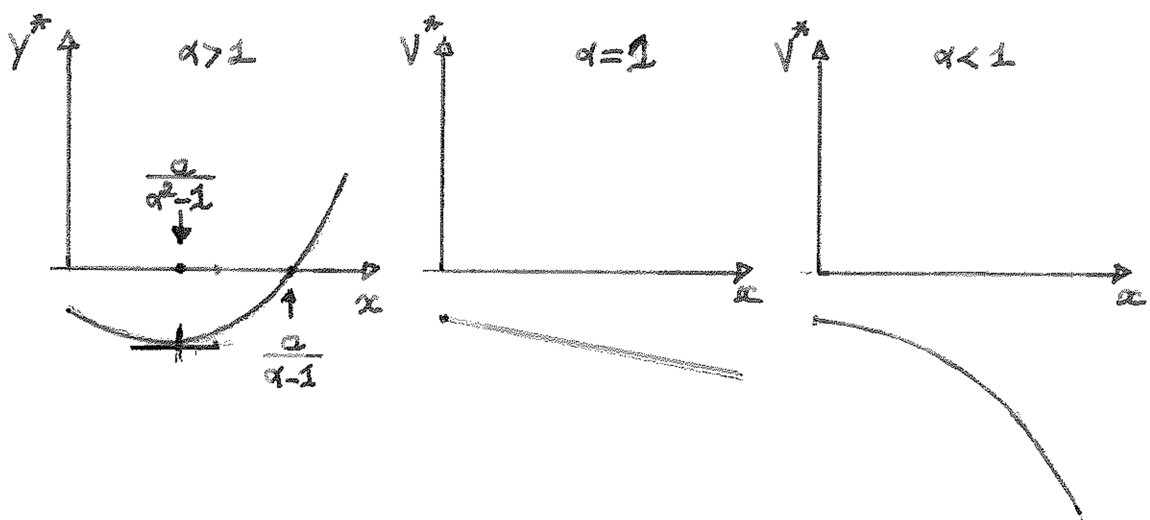
$$V = \frac{1}{2} k x^2 .$$

3. $$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial}{\partial q} T + \frac{\partial}{\partial q} V = Q^{nc}$$

$$m\ddot{x} + (k - \Omega^2 m)x - \Omega^2 m a = 0$$

$$\Rightarrow x_{eq} = \frac{a}{\alpha^2 - 1} \quad \text{si} \quad \alpha = \frac{1}{\Omega}\sqrt{\frac{k}{m}} > 1 .$$

aussi donné par $\frac{\partial}{\partial x}(V - T_0) = 0$.



$$V^* = V - T_0 = \frac{m\Omega^2}{2}\left(\alpha^2 x^2 - (x+a)^2\right)$$

$$= \frac{m\Omega^2}{2}\big((\alpha-1)x - a\big)\big((\alpha+1)x + a\big) .$$

La linéarisation au second ordre de V^* donne :

$$V^*/(m\Omega^2/2) = V^*(x_{eq}) + \underbrace{\frac{\partial V^*}{\partial x}(x_{eq})}_{=2\alpha} x + \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\partial^2 V^*}{\partial x^2}(x_{eq})}_{=2(\alpha^2-1)} x^2 .$$